

Learning Trajectory Pembelajaran Berdiferensiasi dengan Jumping Task at Senior High School: Praktik Lesson Study

Nur Fauziah^{1*}, Aulia Khoirun Nisa², Ainul Anam³
Universitas Muhammadiyah Gresik, Gresik, Indonesia^{1*,2,3}
nurfauziah@umg.ac.id^{1*}, auliakhoirunnisaaa99@gmail.com²,
ainulanam92@gmail.com³

ABSTRAK

Tujuan penelitian ini mendeskripsikan *learning trajectory* pada pembelajaran berbasis masalah dengan strategi pembelajaran berdiferensiasi berdasarkan kemampuan dengan penguatan *jumping task*. Penelitian dilakukan di SMAN 1 Gresik yang melibatkan 28 subjek kelas XI-7 dengan menggunakan *design research* dari Gravemeijer dan Cobb melalui 3 tahapan dengan level pemodelan situasional, *referential*, dan formal. Tiga tahapan tersebut yaitu (1) *preparing for the experiment* yang mencakup penyusunan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) dengan menggunakan kemampuan awal. Siswa dibagi dalam dua kelompok yaitu berkemampuan cakup belum bisa menyelesaikan materi prasyarat dan berkemampuan mahir mampu menguasai materi prasyarat; (2) *design experiment* yang mencakup pelaksanaan pembelajaran berdasarkan HLT yang telah dirancang. Siswa dengan kemampuan cakup sudah mampu memahami materi prasyarat dan konsep fungsi komposisi sedangkan kemampuan mahir sudah memahami materi prasyarat, konsep fungsi komposisi, dan soal *jumping task* komposisi fungsi; dan (3) *retrospective analysis*, yaitu membandingkan HLT dengan pembelajaran yang dilaksanakan. Hasil penelitian didapatkan bahwa *Actual Learning Trajectory* (ALT) siswa memiliki empat level pemodelan, yaitu: level situasional, level *referential*, dan level formal. Penelitian ini tidak ada level *general*. Pada level situasional diberikan permasalahan kontekstual yang menjadi pijakan awal untuk berkolaborasi dan berkomunikasi pada konsep matematis. Level *referential* menggiring siswa melakukan representasi masalah nyata ke konsep matematika yang sebenarnya. Level formal menggiring siswa menyelesaikan model matematika yang sudah dibuat.

Kata kunci : *learning trajectory*, pembelajaran berdiferensiasi, *jumping task*

ABSTRACT

The purpose of this study is to describe the learning trajectory in problem-based learning with differentiated learning strategies based on ability with jumping task reinforcement. The study was conducted at SMAN 1 Gresik, involving 28 subjects in class XI-7, using Gravemeijer and Cobb's research design through three stages, with situational, referential, and formal modelling levels. The three stages were: (1) preparing for the experiment, which included developing a Hypothetical Learning Trajectory (HLT) based on initial ability. Students were divided into two groups: those with adequate ability who could not complete the prerequisite material and those with proficient ability who could master the prerequisite material; (2) designing the experiment, which involved implementing learning based on the HLT that had been designed. Students with adequate abilities can understand the prerequisite material and the concept of function composition, while those with advanced abilities have mastered the

prerequisite material, the concept of function composition and composition function jumping task problems; and (3) retrospective analysis, which involves comparing the HLT with the actual learning process. The research findings indicate that students' Actual Learning Trajectory (ALT) has four levels of modelling: situational, referential, and formal. This study did not include a general level of modelling. At the situational level, contextual problems were provided as a starting point for collaboration and communication on mathematical concepts. The referential level guided students to represent real-world problems in actual mathematical concepts. The formal level guided students to solve the mathematical models that had been created.

Keywords : learning trajectory, differentiated learning, jumping task

PENDAHULUAN

Pendidikan adalah sebuah kebutuhan individu sebagai pemenuhan berbagai tantangan dalam kehidupan. Dalam dunia Pendidikan perlu ditekankan adalah literasi matematika, numerasi, berpikir kritis, dan kreatif yang sering kali berkaitan dengan dunia yang berubah dan tantangan zaman (Bakker et al., 2023). Dalam proses pembelajaran, siswa seringkali mengalami hambatan dalam belajar yang disebut dengan hambatan belajar. Hambatan belajar mempengaruhi proses belajar siswa secara signifikan. Dalam praktiknya, analisis hambatan belajar dimasukkan dalam serangkaian analisis kerangka intelektual penelitian didaktik dan lintasan pembelajaran serta kesenjangan hubungan antara guru dan siswa (*learning gap*) (Sidik et al., 2021).

Gaston Bachelard menggagas konsep hambatan epistemologis dalam filsafat ilmu (Rheinberger, 2005). Ide ini kemudian dikembangkan oleh Brousseau menjadi matematika didaktik sebagai hambatan belajar. Menurut Brousseau, berdasarkan penyebabnya, hambatan belajar dibedakan menjadi tiga jenis: (1) hambatan ontogenik, yaitu hambatan berkaitan pada tahap perkembangan mental anak menurut perkembangan usia secara biologis. Dalam hal ini, beberapa kemampuan dibutuhkan sebagai tujuan kognitif berkaitan dengan usia. Jika hambatan tersebut berasal dari lambatnya perkembangan mental (dan tidak dari situasi patologis), maka hambatan tersebut akan hilang seiring dengan pertumbuhannya; (2) hambatan didaktikal, yaitu kondisi yang timbul berdasarkan apa yang dipilih guru dalam melakukan sebuah praktik mengajar dengan konteks tertentu. Melalui sebuah pengembangan pendekatan pembelajaran yang alternatif (atau biasa disebut rekayasa didaktik oleh Brousseau), hambatan yang ada dapat diantisipasi; (3) hambatan epistemologis, yaitu hambatan yang tidak dapat dihindari karena peranannya yang penting dalam mengkonstruksi konsep pengetahuan itu sendiri.

Peneliti melakukan studi pendahuluan kepada 28 siswa kelas XI-7 SMAN 1 Gresik berupa soal tentang fungsi, fungsi komposisi, dan invers fungsi guna mengetahui apa saja *learning obstacle* yang dialami oleh siswa. Didapatkan hasil bahwa siswa masih mengalami hambatan belajar pada materi fungsi komposisi diantaranya belum memahami konsep dan tidak memahami materi prasyarat. Peneliti mengobservasi ketika guru mengajar dengan cara ceramah. Ternyata kendala yang terjadi dalam proses pembelajaran juga disebabkan oleh kurangnya penggunaan model

pembelajaran berpusat pada peserta didik sehingga mereka merasa bosan dan kurang minat untuk belajar.

Untuk mengatasi permasalahan tersebut, penggunaan model *Problem Based Learning* (PBL) dengan strategi pembelajaran berdiferensiasi dipilih. Hal ini karena model PBL menyajikan permasalahan nyata, dimana dalam hal ini permasalahan diberikan pada awal pembelajaran sehingga siswa (individu maupun kelompok) harus memecahkannya dengan baik (Anazifa & Djukri, 2017; Jayanti et al., 2024). Pembelajaran berdiferensiasi dipilih karena pembelajaran ini berpusat kepada siswa, sehingga menjadikan proses dalam pembelajaran memiliki variasi bagaimana siswa dalam belajar dengan menerima atau menemukan informasi, dan pengetahuan (Nurhidayah et al., 2023). Potensi peserta didik merupakan kemampuan pada diri peserta didik dan diperoleh secara turun-temurun. Potensi yang dimiliki peserta didik merupakan modal sekaligus batas bagi pengembangan keterampilan atau hasil belajar yang sesungguhnya. Siswa yang mempunyai potensi tinggi bisa saja mempunyai prestasi yang tinggi juga, namun tidak mungkin prestasinya melebihi potensi yang dimilikinya (Putra & Sucitra, 2015).

Melalui proses pembelajaran atau pengaruh lingkungan, potensi bisa terealisasi dengan berbagai bentuk hasil belajar atau keterampilan yang nyata di berbagai aspek perilaku dan kehidupan. Potensi yang dimiliki siswa akan dapat berkembang jika diarahkan dengan baik. Untuk dapat mengembangkan potensi yang dimiliki setiap siswa, guru perlu melakukan pembelajaran berdiferensiasi. Diferensiasi dalam pelaksanaannya merupakan respon guru terhadap kebutuhan siswa yang berpedoman pada prinsip diferensiasi, yaitu pengelompokan yang lebih luasa dan lebih fleksibel. Prinsip diferensiasi adalah memberikan sebuah kesempatan kepada seorang siswa untuk dapat menunjukkan apa yang telah dipahami oleh siswa. Selain itu, dengan cara ini guru dapat mengetahui metode apa yang sebaiknya diberikan kepada siswa dengan daya tangkapnya kurang, cukup, dan baik (Mulyawati et al., 2022).

Selain memperhatikan potensi peserta didik, guru juga harus memperhatikan bagaimana cara merangsang kemampuan peserta didik dalam memecahkan masalah. Salah satunya melalui model pembelajaran yang tepat yaitu PBL. Model ini bisa memberikan rangsangan kepada siswa untuk dapat berpikir secara sistematis karena berpusat pada siswa (SCL), dengan demikian siswa memiliki pengalaman melaksanakan aktivitas langsung dalam menyelesaikan suatu masalah (Lopes et al., 2020; Nurkomaria et al., 2022). Dengan menggunakan model ini, siswa diberikan pelatihan mengaplikasikan berbagai hal yang sudah dipelajarinya seperti konsep, prinsip, dan keterampilan lainnya dalam memecahkan masalah (Yew & Goh, 2016). Meskipun begitu, PBL mempunyai kelemahan seperti memerlukan waktu yang lama dalam pelaksanaannya (Amin et al., 2021).

Dalam sebuah perencanaan pembelajaran dapat menunjukkan bagaimana prediksi atau dugaan gambaran lintasan belajar yang dialami oleh siswa dalam kelas yang disebut dengan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT). Dari HLT yang telah diujicobakan di kelas akan memberikan hasil *Actual Learning Trajectory* (ALT). ALT inilah yang merupakan alur belajar sesungguhnya. ALT atau yang cukup disebut *Learning Trajectory* merupakan sebuah lintasan kemampuan berpikir siswa yang diperoleh melalui proses pembelajaran (Risnanosanti et al., 2023; Surya, 2018). Penggunaan *Learning Trajectory* sangat penting bagi guru untuk menghubungkan instruksi yang berpusat pada siswa dengan pemahaman dan pemikiran siswa. Oleh

karena itu, *Learning Trajectory* yang cukup dan tepat sangat penting untuk mendukung pemahaman konseptual siswa (Dwiputri et al., 2023; Nickerson & Whitacre, 2010).

Penelitian Nickerson et al., (2017) menyatakan bahwa “menganalisis respons siswa secara bermakna dan memutuskan bagaimana merespons ide-ide matematika membutuhkan pengetahuan tentang kemungkinan HLT”. Misalnya, dengan tujuan mengembangkan kegiatan pembelajaran untuk mendukung siswa dalam membangun cara berpikir yang lebih maju, guru dapat menggunakan HLT untuk memusatkan perhatian mereka pada bagaimana siswa memikirkan konsep (Edgington et al., 2016). Terdapat tiga komponen HLT, seperti tujuan pembelajaran yang mendefinisikan arah atau memiliki makna, kegiatan belajar, dan sebuah hipotesis proses belajar guna memprediksi seperti apa siswa berpikir dan pemahamannya berkembang di konteks kegiatan belajar mengajar (Simon & Tzur, 2004).

Penelitian tentang *Learning Trajectory* sudah banyak dikembangkan. Penelitian Wijaya et al., (2021) menunjukkan bahwa permainan dapat membantu siswa untuk memahami konsep materi peluang. *Learning Trajectory* berbasis probabilitas pada pembelajaran berbasis permainan dapat dilihat dari perspektif empat level pemodelan. Level pertama yaitu 'level situasional' yang mana siswa memainkan permainan Sudoku dan Ular tangga. Level kedua yaitu 'level referensial' dimana untuk mempelajari konsep peluang, aturan permainan digunakan sebagai titik awal. Komunikasi yang terjadi selama permainan berlangsung memberikan stimulus kepada siswa sehingga muncul pemahaman tentang kejadian acak, ruang sampel, titik sampel, dan kejadian. Level ketiga yaitu 'level *general*' dimana untuk menggeneralisasi kemungkinan luaran dari eksperimen dan mengembangkan suatu pemahaman terkait ruang sampel dan titik sampel, siswa menggunakan diagram pohon dan tabel. Level keempat yaitu 'tingkat formal' dimana siswa melakukan pengembangan pengetahuan informal yang mereka miliki menjadi suatu konsep formal terkait peluang. Selain itu, penelitian (Fauziyah & Husniati, 2023) mengungkap *Learning Trajectory* pada pembelajaran berbasis masalah dengan penguatan literasi dan numerasi. Hasil penelitian ini didapatkan bahwa ALT siswa memiliki empat level pemodelan, yaitu: level *situational*, level *referential*, level *general*, dan level *formal*.

Berdasarkan hasil studi pendahuluan yang telah dilakukan dan kajian literatur. Ditemukan siswa masih mengalami hambatan belajar pada materi fungsi, fungsi komposisi, dan invers fungsi. Selain itu, metode ceramah yang digunakan dalam proses pembelajaran kurang diminati siswa dan merasa bosan. Hal ini disebabkan oleh kurangnya penggunaan model pembelajaran yang berpusat pada peserta didik. Oleh karena itu, sangat penting untuk mengetahui *Learning Trajectory* siswa sehingga dapat membantu siswa untuk keluar dari hambatan belajarnya dan guru dapat mengetahui bagaimana siswa berpikir. Dengan demikian, tujuan penelitian ini yaitu mendeskripsikan *Learning Trajectory* pada pembelajaran berbasis masalah dengan strategi pembelajaran berdiferensiasi berdasarkan kemampuan dengan penguatan *jumping task*. Perbedaan dari penelitian penulis dengan penelitian sebelumnya adalah penulis mendeskripsikan *Learning Trajectory* pembelajaran berdiferensiasi model PBL dengan *jumping task*.

METODE

Penelitian dilakukan menggunakan *design research* dari Gravemeijer dan Cobb dalam (Wijaya et al., 2021), karena penelitian ini mengembangkan teori tentang proses pembelajaran suatu konsep tertentu dan desain pembelajaran untuk mendukung

pembelajaran tersebut. Tujuan penelitian ini yaitu untuk mendeskripsikan *Learning Trajectory* pada pembelajaran berbasis masalah dengan strategi pembelajaran berdiferensiasi berdasarkan kemampuan dengan penguatan *jumping task*. Gravemeijer & Cobb (Wijaya et al., 2021), membagi tiga fase utama dari tahapan design research, yaitu persiapan desain (*preparing for the experiment*), percobaan desain (*design experiment*), dan analisis retrospektif (*retrospective analysis*). Tahap pertama yaitu *preparing for the experiment* dimana HLT dibuat. Di tahap ini, berbagai aktivitas pembelajaran yang dirancang untuk melihat bagaimana pemikiran dan pemahaman peserta didik bisa berubah ketika kegiatan instruksional digunakan di kelas. Pada fase pertama, peneliti mengkaji literatur tentang fungsi komposisi dan analisis pengajaran guru tentang materi tersebut. Selanjutnya, membuat dugaan lintasan belajar yang dikenal dengan HLT yang memuat serangkaian antisipasi dan dugaan tentang hal yang kemungkinan terjadi, meliputi cara peserta didik berpikir selama proses pembelajaran.

Tahap kedua yaitu melakukan *design experiment*. Di tahap kedua ini merupakan pelaksanaan desain pembelajaran (HLT) yang direncanakan untuk dilakukan pada tahap persiapan eksperimen sehingga pelaksanaan *teaching experiment* bisa dilakukan. Dalam hal ini, pemikiran-pemikiran dari jawaban siswa dikumpulkan dan diamati sehingga diperoleh data-data yang dibutuhkan. Kemudian dilakukan wawancara dengan beberapa siswa dan observasi pada siswa untuk mengetahui hambatan dan peluang belajar siswa.

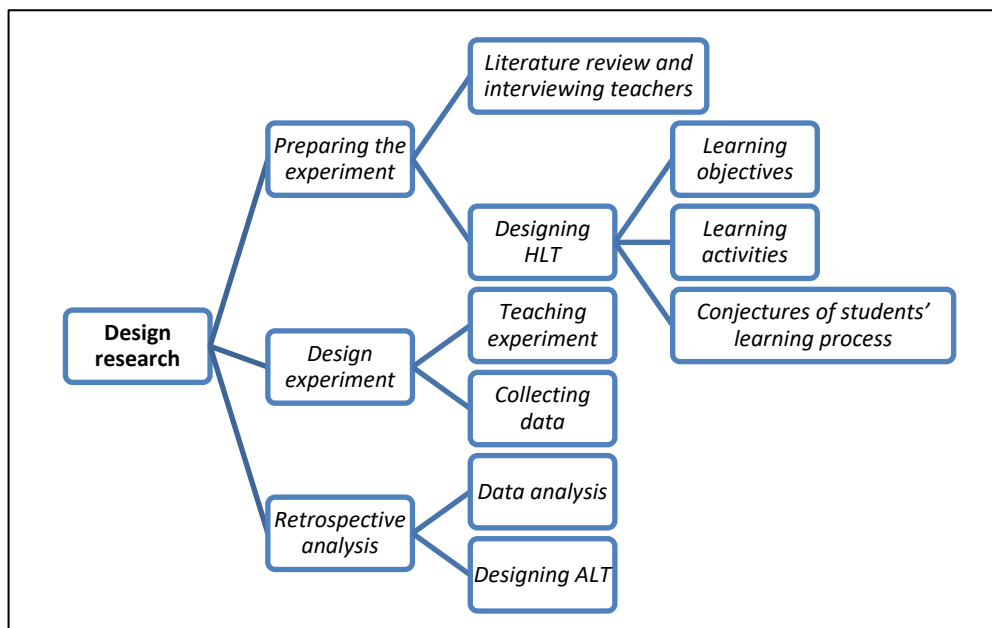
Analisa retrospektif adalah tahap terakhir pada penelitian desain. Di titik ini, semua data yang dikumpulkan selama fase desain eksperimen dievaluasi dengan *schwerpunkt* (titik fokus atau menitikberatkan) pada perbandingan antara HLT dan proses belajar siswa yang sesungguhnya. Selain itu, analisis ini mencakup mengevaluasi potensi penyebab HLT dan melakukan sintesis opsi yang mungkin untuk dapat meningkatkan HLT. Hasilnya kemudian digunakan untuk menyempurnakan HLT yang digunakan di siklus berikutnya.

Setelah semua data yang telah diperoleh dari tahap desain eksperimen dikumpulkan kemudian analisis dilakukan secara retrospektif. Peneliti melakukan perbandingan dari hasil pengamatan proses pembelajaran yang sebenarnya dengan HLT yang telah dirancang pada tahap *preliminary design*. Tahap analisis retrospektif dilakukan dengan tujuan untuk melakukan evaluasi dari keberhasilan kegiatan pembelajaran, mengetahui bagaimana kemajuan belajar, dan memberikan informasi tentang kemajuan keberhasilan pembelajaran. Ringkasan desain ini dapat dilihat pada Gambar 1.

Penelitian dilaksanakan di SMAN 1 Gresik dengan subjek penelitian berjumlah 29 peserta didik kelas XI-7 dan terbagi dalam 2 kelompok yaitu kelompok cakup dan kelompok mahir. Pengumpulan data kualitatif yang dilakukan melalui wawancara, observasi, dan dokumen. Wawancara dengan guru dilakukan secara semi-struktur untuk mengevaluasi praktik mengajar guru, menemukan masalah belajar, dan dugaan pembelajaran siswa. Wawancara ini mencakup tiga elemen: praktik mengajar, kesulitan belajar, dan dugaan pemikiran siswa. Data ini digunakan untuk memenuhi persyaratan tahap awal penelitian yang berfokus pada penyusunan HLT.

Wawancara bersama peserta didik dilakukan untuk mengetahui potensi belajar siswa dan kendala belajar selama kegiatan pembelajaran. Observasi dilakukan di kelas dengan memfokuskan pada proses belajar siswa yang sebenarnya dan kemudian

dibandingkan dengan asumsi HLT. Data ini dianalisis melalui pendekatan *retrospective analysis* untuk memberikan hasil ALT.



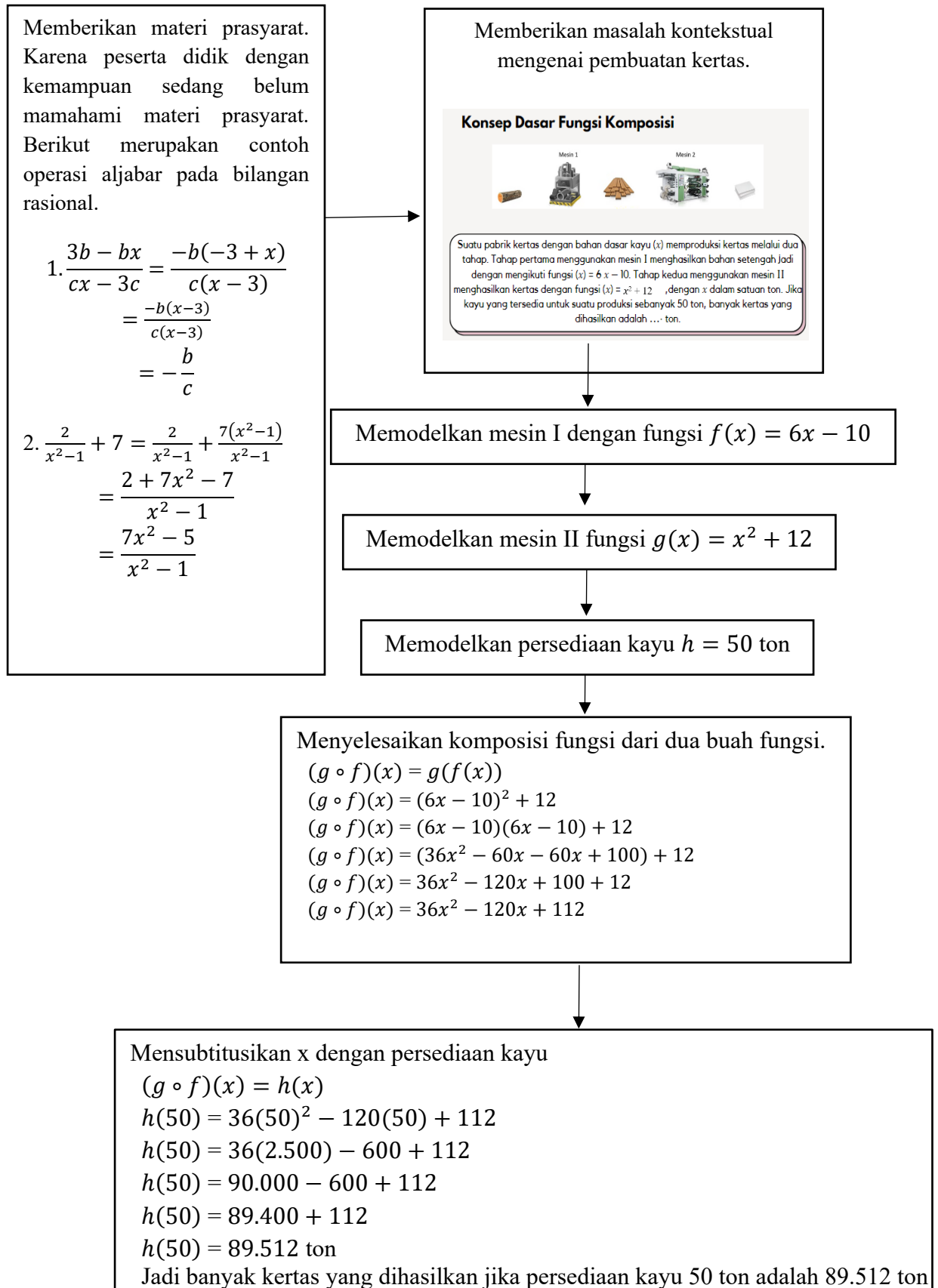
Gambar 1. Design research

HASIL DAN PEMBAHASAN

Preliminary Design

Pada tahap ini, terdapat dua hal yang dilakukan, yaitu: (1) analisis kebutuhan literatur serta wawancara guru dan peserta didik, penulis mengkaji literatur terkait *Learning Trajectory*, komposisi fungsi, dan model apa yang tepat untuk pembelajaran komposisi fungsi sebagai dasar untuk merumuskan dugaan awal; dan (2) mendesain *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT), yang terdiri dari tiga komponen yaitu tujuan pembelajaran (*learning goals*), dan kegiatan pembelajaran (*learning activities*). Tujuan pembelajaran tersebut meliputi: (1) menentukan fungsi komposisi dari dua buah fungsi dan (2) menyelesaikan permasalahan kehidupan sehari-hari yang terkait dengan fungsi komposisi.

Pada aktivitas pembelajaran, peserta didik dengan kemampuan cakup diberikan materi prasyarat yaitu operasi aljabar dengan bilangan rasional. Selain diberikan materi prasyarat tentang materi operasi aljabar pada bilangan rasional. Peserta didik dengan kemampuan cakup saat *pretest* belum mampu menguasai materi operasi aljabar pada bilangan rasional. Peserta didik dengan kemampuan cakup juga diberikan permasalahan kontekstual mengenai konsep komposisi fungsi. Untuk menyelesaikan permasalahan konsep komposisi fungsi, peserta didik harus memahami dahulu permasalahan yang telah disajikan. Kemudian peserta didik memodelkan mesin I dengan fungsi $f(x) = 6x - 10$, memodelkan mesin II dengan fungsi $g(x) = x^2 + 12$, dan persediaan kayu dilambangkan dengan h sebanyak 50 ton. Setelah itu peserta didik menyelesaikan dengan penyelesaian komposisi fungsi yaitu $(g \circ f)$. HLT yang sudah dilakukan pengembangan dapat dilihat pada Gambar 2.



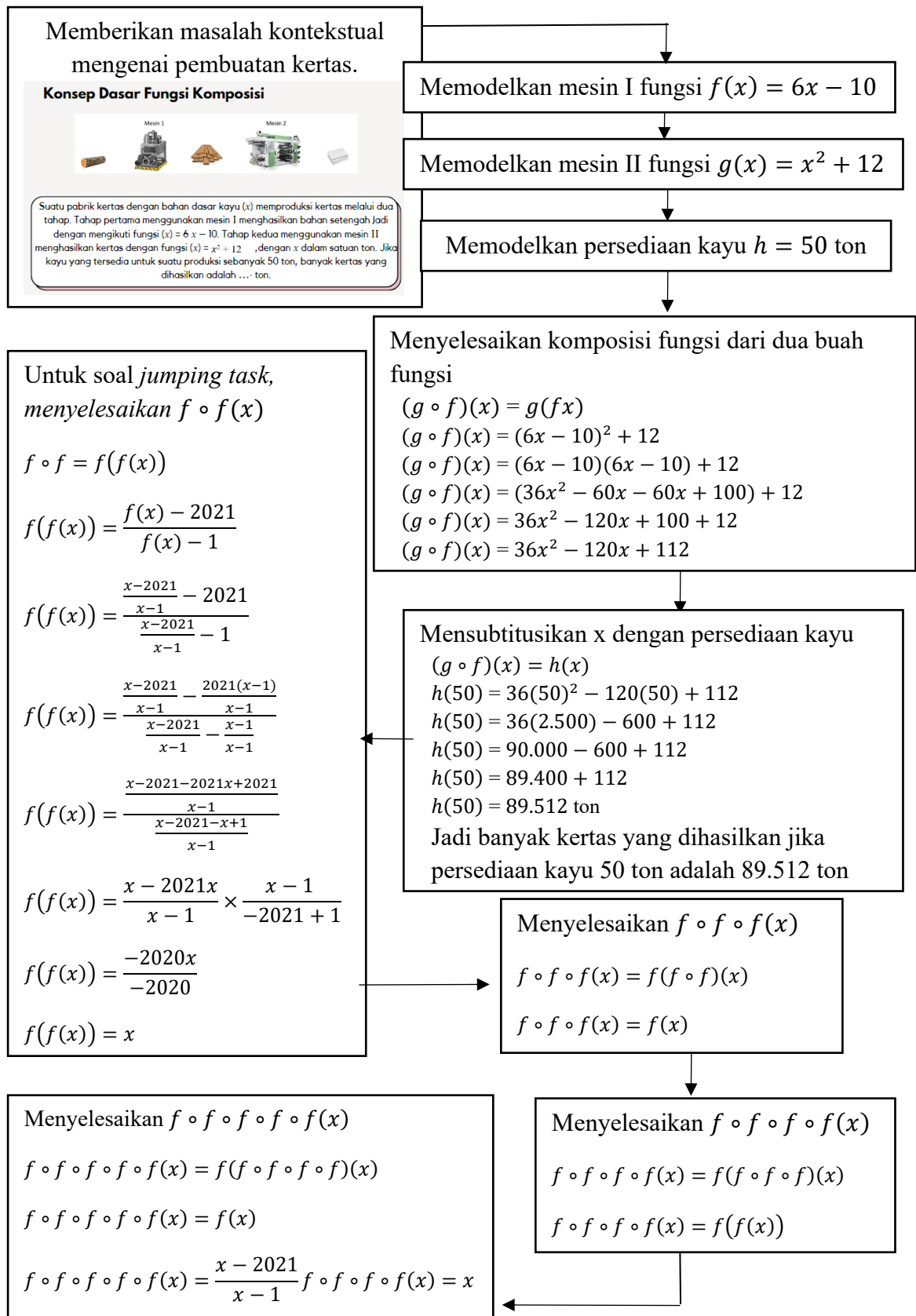
Gambar 2. HLT kemampuan cakap

Pada aktivitas pembelajaran, peserta didik dengan kemampuan mahir diberikan permasalahan kontekstual mengenai konsep komposisi fungsi. Peserta didik dengan kemampuan mahir tidak diberikan materi prasyarat karena pada saat *pretest*, mereka sudah menguasai materi prasyarat. Dalam menyelesaikan permasalahan konsep komposisi fungsi, peserta didik harus memahami dahulu permasalahan yang telah disajikan. Kemudian peserta didik memodelkan mesin I dengan fungsi $f(x) = 6x - 10$, memodelkan mesin II dengan fungsi $g(x) = x^2 + 12$, dan persediaan kayu dilambangkan dengan h sebanyak 50 ton. Setelah itu peserta didik menyelesaikan dengan penyelesaian komposisi fungsi yaitu $(g \circ f)$.

Kemudian peserta didik dengan kemampuan mahir diberikan soal *jumping task* yaitu $f(x) = \frac{x-2021}{x-1}$, maka $(f \circ f \circ f \circ f \circ f)(x)$ adalah? Langkah pertama adalah mensubstitusikan fungsi $f(x)$ ke dalam fungsi $f(x)$, maka menjadi $f(f(x))$. Setelah itu mensubstitusikan $\frac{x-2021}{x-1}$ ke dalam $\frac{x-2021}{x-1}$, maka akan menjadi $\frac{\frac{x-2021}{x-1}-2021}{\frac{x-2021}{x-1}-1}$. Setelah itu disederhanakan dengan cara menyamakan penyebutnya yaitu $x - 1$ maka menjadi $\frac{x-2021-2021(x-1)}{\frac{x-1}{x-1}-\frac{x-1}{x-1}}$ dan disederhanakan menjadi $\frac{-2020x}{-2020}$. Hasil dari $\frac{-2020x}{-2020}$ adalah x . Setelah mendapatkan $(f \circ f)(x)$ selanjutnya mencari $f \circ f \circ f(x) = f(f \circ f)(x)$ dan didapatkan hasil $f(x)$. Kemudian mencari $f \circ f \circ f \circ f(x) = f(f \circ f \circ f)(x)$ dan didapatkan hasil x . Selanjutnya mencari $f \circ f \circ f \circ f \circ f(x) = f(f \circ f \circ f \circ f)(x)$. Sudah didapatkan bahwa $f \circ f \circ f \circ f \circ f(x) = f(x)$, maka $f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f(x) = \frac{x-2021}{x-1}$. HLT yang sudah dilakukan pengembangan dapat dilihat pada Gambar 3.

Design experiment

Di tahap ini, ada dua kegiatan yang dilakukan yaitu *teaching experiment* dan *collecting data*. Pada pelaksanaan *Teaching experiment*, kegiatan dimulai dengan melaksanakan pendahuluan sesuai dengan HLT yang sudah disusun. Kegiatan pendahuluan diawali dengan penyampaian tujuan pembelajaran, mengingat materi prasyarat, dan *ice breaking*. Kemudian di kegiatan inti, peserta didik dibagi menjadi dua kelompok berdasarkan kemampuan kognitifnya (kelompok cakap dan kelompok mahir). Pada kegiatan pembelajaran tersebut, diberikan Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) yang berisi tentang permasalahan pengolahan kertas. Pada pengolahan kertas tersebut, peserta didik mampu menentukan: (1) fungsi $f(x)$ dan fungsi $g(x)$ pada permasalahan tersebut, (2) menyelesaikan fungsi komposisi dari permasalahan tersebut. Perbedaan LKPD dari kedua kelompok tersebut adalah yang kelompok berkemampuan cakap diberi materi *review* tentang operasi aljabar. Karena menurut hasil *pretest* yang dilakukan, peserta didik berkemampuan cakap masih kesulitan mengenai operasi aljabar dalam menyederhanakan bilangan rasional. Sedangkan kelompok mahir diberi soal *jumping task*. Dibawah ini merupakan penjelasan mengenai *teaching eksperiment* pada masing-masing kelompok.



Gambar 3. HLT Kemampuan Mahir

Kelompok cakap

LKPD kelompok cakap diberikan materi *review* tentang operasi aljabar pada bilangan rasional karena setelah diberi *pretest*, peserta didik kesulitan menyederhanakan bilangan rasional. Pada proses pengerjaan permasalahan pada LKPD, pada materi *review* materi soal pertama yang dilakukan dahulu adalah mengeluarkan b dan c kemudian pembilangnya dikalikan dengan $(-)$ maka menjadi $\frac{-b(-3+x)}{c(x-3)}$. Karena $\frac{(-3+x)}{(x-3)} = 1$ maka $\frac{-b}{c} \times 1$ adalah $\frac{-b}{c}$. Soal kedua, peserta didik menyamakan penyebutnya dahulu menjadi $x^2 - 1$. Karena disamakan penyebut, maka angka 7 tersebut dikalikan dengan $\frac{x^2-1}{x^2-1}$. Kemudian didapatkan $\frac{2+7x^2-7}{x^2-1}$. Jika disederhanakan menjadi $\frac{7x^2-5}{x^2-1}$. Penyelesaian konsep fungsi komposisi, kelompok cakap dalam memodelkan fungsi $6x - 10$ diartikan sebagai $f(x)$ (mesin I), $x^2 + 12$ diartikan sebagai $g(x)$ (mesin II), dan memodelkan persediaan kayu $h = 50$ ton. Dari permasalahan tersebut, kelompok cakap mensubstitusikan fungsi $f(x)$ ke dalam fungsi $g(x)$ atau dengan kata lain $g \circ f$ karena yang diproses dahulu adalah fungsi $f(x)$. $(6x - 10)^2 + 12$. Contoh jawaban dapat dilihat pada Gambar 4.

The image shows a handwritten solution for a composite function problem. On the left, there are three boxes with arrows pointing to the corresponding parts of the work:

- Memodelkan masalah ke dalam bentuk matematis**: Points to the 'Diket' section where functions $f(x) = 6x - 10$, $g(x) = x^2 + 12$, and $h = 50$ ton are defined, and the question 'Ditanya: banyak kertas yg dihasilkan' is stated.
- Menyelesaikan komposisi fungsi dari dua buah fungsi.**: Points to the calculation of the composite function $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (6x - 10)^2 + 12 = 36x^2 - 120x + 112$.
- Mensubstitusikan x dengan persediaan**: Points to the final calculation where $x = 50$ is substituted into the composite function to get $h(50) = 89.512$ ton.

The final conclusion is: 'Jadi banyak kertas yang dihasilkan jika persediaan kayu 50 ton adalah 89.512 ton.'

Gambar 4. Kelompok cakap

Berdasarkan hasil jawaban yang telah diberikan kelompok cakap, peneliti melakukan wawancara untuk mengkonfirmasi pemahamannya. Adapun hasil wawancara sebagai berikut ($P = \text{Peneliti}$, $S = \text{Subjek}$).

P : Apa yang kamu pahami dari permasalahan tersebut?

S : Di soal itu yang saya pahami ada pabrik pembuatan kertas yang melalui dua tahap. Tahap I menghasilkan bahan setengah jadi menggunakan Mesin I, sedangkan tahap II sudah menghasilkan kertas menggunakan Mesin II dengan bentuk fungsinya masing-masing. Kemudian ditanyakan banyak kertas yang dihasilkan jika kayunya ada 50 ton. Itu yang saya pahami bu.

P : Bagaimana bisa menuliskan $(x) = 6x - 10$, $g(x) = x^2 + 12$, $h = 50$ ton?

S : Di soal diketahui bu, jadi saya memisalkan dengan $f(x)$ sebagai mesin I dan $g(x)$ sebagai mesin II. Kemudian banyak kayunya saya misalkan sebagai h .

P : Bagaimana kamu bisa membuat $(g \circ f)(x)$?

- S* : Karena mesin II itukan digunakan ketika mesin I sudah digunakan bu. Jadi hasil dari fungsi $f(x)$ akan digunakan untuk fungsi $g(x)$. Jadi bentuknya menjadi $(g \circ f)(x)$. Kemudian tinggal menggantinya sesuai bentuk fungsinya dan didapatkan hasil $36x^2 - 120x + 12$.
- P* : Bagaimana kamu bisa menemukan jawaban 89.512 ton ini?
- S* : Sebelumnya sudah didapatkan $36x^2 - 120x + 12$. Jadi tinggal mensubtitusi saja $x = 50$. Kemudian dihitung dan didapatkan 89.512 ton. Seperti itu bu.

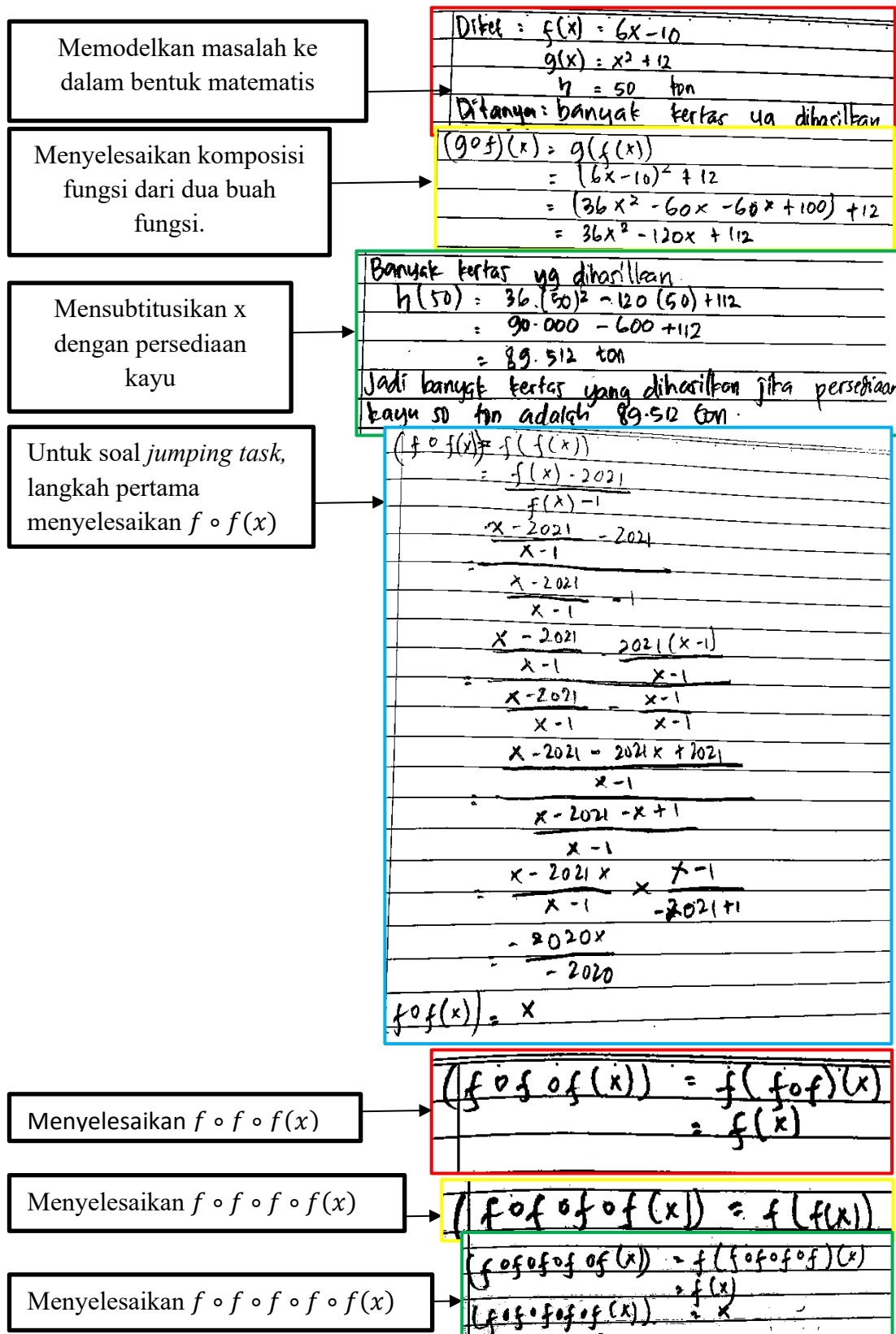
Dari hasil wawancara yang telah dilakukan, terlihat bahwa kelompok cakup telah memahami apa yang dimaksud dari permasalahan, bisa memodelkan masalah kedalam bentuk matematika dan menyelesaikannya dengan benar dan tepat. Peneliti juga mengobservasi kelompok cakup secara berkala selama proses pembelajaran dan menemukan kondisi dimana mereka bisa menyelesaikan permasalahan karena soal prasyarat yang diberikan bisa diselesaikan, sehingga memudahkannya untuk menyelesaikan permasalahan yang diberikan.

Kelompok Mahir

LKPD kelompok mahir terdiri dari permasalahan fungsi komposisi dan satu soal *jumping task*. Dalam mengerjakan permasalahan konsep fungsi komposisi, kelompok mahir sudah mengerti konsep fungsi komposisi. Bahwa langkah pertama harus menentukan fungsi $f(x) = 6x - 10$ diartikan sebagai (mesin I) dan fungsi $g(x) = x^2 + 12$ diartikan sebagai (mesin II). Setelah itu mereka menyelesaikan permasalahan LKPD tersebut dengan menggunakan rumus $(g \circ f)(x)$ yang artinya mensubtitusikan fungsi $f(x)$ ke dalam fungsi $g(x)$.

Sedangkan untuk soal *jumping task* langkah pertama yang dikerjakan peserta didik adalah mensubtitusikan fungsi $f(x)$ ke dalam fungsi $f(x)$, maka menjadi $f(f(x))$. Setelah itu mensubtitusikan $\frac{x-2021}{x-1}$ ke dalam $\frac{x-2021}{x-1}$, maka akan menjadi $\frac{\frac{x-2021}{x-1}-2021}{\frac{x-2021}{x-1}-1}$. Setelah itu disederhanakan dengan cara menyamakan penyebutnya yaitu

$x - 1$ maka menjadi $\frac{\frac{x-2021}{x-1} - \frac{2021(x-1)}{x-1}}{\frac{x-2021}{x-1} - \frac{x-1}{x-1}}$ dan disederhanakan menjadi $\frac{-2020x}{-2020}$. Hasil dari $\frac{-2020x}{-2020}$ adalah x . Setelah mendapatkan $(f \circ f)(x)$ selanjutnya mencari $f \circ f \circ f(x) = f(f \circ f)(x)$ dan didapatkan hasil $f(x)$. Kemudian mencari $f \circ f \circ f \circ f(x) = f(f \circ f \circ f)(x)$ dan dipatkan hasil x . Selanjutnya mencari $f \circ f \circ f \circ f \circ f(x) = f(f \circ f \circ f \circ f)(x)$. Sudah didapatkan bahwa $f \circ f \circ f \circ f \circ f(x) = f(x)$, maka $f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f(x) = \frac{x-2021}{x-1}$.



Gambar 5. Kelompok mahir

Berdasarkan hasil jawaban yang telah diberikan kelompok mahir, peneliti melakukan wawancara untuk mengkonfirmasi pemahamannya. Pada permasalahan pertama, kelompok mahir memberikan pernyataan yang serupa dengan kelompok cakap sehingga menunjukkan bagaimana pemahaman kelompok mahir dalam menyelesaikan permasalahan. Pada persoalan *jumping task* yang diberikan kepada kelompok mahir, peneliti memperoleh hasil wawancara sebagai berikut:

P : Mengapa memulainya dari $(f \circ f)(x)$?

S : Karena di soal kan yang diketahui hanya satu saja bu, yaitu $f(x) = x - 2021$ dan yang ditanyakan hasil $(f \circ f \circ f \circ f \circ f)(x)$. Jadi saya memulainya dari $(f \circ f)(x)$ terlebih dahulu, kemudian didapatkan hasilnya. Kemudian saya lanjutkan dengan mencari nilai $(f \circ f \circ f)(x)$ dengan menggunakan hasil sebelumnya $(f \circ f)(x) = x$ dan didapatkan hasilnya $f(x)$. Selanjutnya saya mencari nilai $(f \circ f \circ f \circ f)(x)$ dengan menggunakan hasil sebelumnya $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ dan didapatkan hasilnya $f(f(x))$. Kemudian yang terakhir saya mencari nilai $(f \circ f \circ f \circ f \circ f)(x)$ dengan menggunakan hasil sebelumnya $(f \circ f \circ f \circ f)(x) = f(f(x))$ dan didapatkan hasilnya x . Langkah ini saya gunakan karena menurut saya ini langkah yang benar untuk menyelesaikan persoalan ini dengan memulainya dari satu per satu, seperti halnya permasalahan sebelumnya.

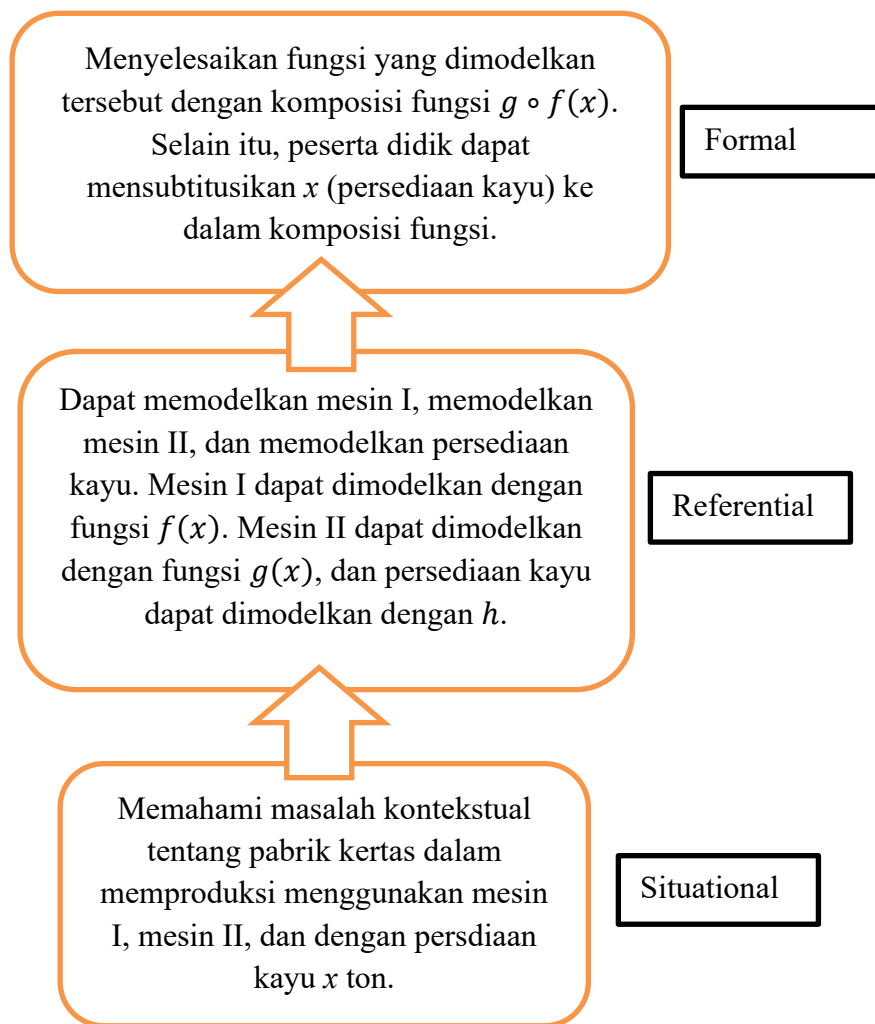
Dari hasil wawancara yang telah dilakukan, terlihat bahwasannya kelompok mahir telah memahami permasalahan dan bisa menyelesaikannya dengan benar dan tepat. Peneliti juga mengobservasi kelompok mahir secara berkala selama proses pembelajaran dan menemukan kondisi dimana mereka bisa menyelesaikan *jumping task* karena menggunakan pemahamannya yang telah didapatkan pada permasalahan sebelumnya, sehingga memudahkannya menyelesaikan permasalahan yang diberikan.

Restrospective analysis

Actual Learning Trajectory (ALT) peserta didik dalam pembelajaran berdiferensiasi dengan *jumping task* merupakan hasil yang didapatkan dari penelitian ini. Berdasarkan analisis data yang dilakukan, didapatkan hasil ALT yang berfokus pada empat level pemodelan: level *situational*, level *referential*, dan level *formal*. Pada penelitian ini tidak ada level *general*. Pada level *situasional* peserta didik diberikan permasalahan kontekstual bagi peserta didik untuk dapat berkolaborasi dan berkomunikasi. Pada level ini, peserta didik memahami apa yang dimaksud dalam permasalahan tersebut.

Tahap berpikir berikutnya masuk pada level *referensial*. Dimana peserta didik dapat memodelkan mesin I, memodelkan mesin II, dan memodelkan persediaan kayu. Mesin I dapat dimodelkan dengan fungsi $f(x)$. Mesin II dapat dimodelkan dengan fungsi $g(x)$, dan persediaan kayu dapat dimodelkan dengan h . Tahap *referensial* ini sudah mengarah pada konsep matematika yang akan dicapai, yaitu pemahaman dalam memodelkan permasalahan ke dalam bentuk matematika. Selanjutnya masuk ke dalam tahap berpikir level formal. Pada level formal, peserta didik mampu untuk menyelesaikan model matematis yang telah mereka tentukan. Oleh karena itu, *learning trajectory* pembelajaran berdiferensiasi dengan *jumping task* dapat membantu peserta didik untuk memahami suatu konsep fungsi. Sejalan dengan penelitian (Astuti & Wijaya, 2020), *learning trajectory* bisa membantu peserta didik memahami konsep materi yang diberikan sehingga dapat diterapkan dalam

pembelajaran. Secara jelas, ALT dari pembelajaran berdiferensiasi dengan *jumping task* dapat dilihat pada Gambar 6.



Gambar 6. *Learning trajectory* pembelajaran berdiferensiasi dengan *jumping task* pada konsep komposisi fungsi

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian yang diperoleh, dapat ditarik kesimpulan bahwa pembelajaran berdiferensiasi dengan *jumping task* bisa membantu peserta didik memahami konsep komposisi fungsi. *Learning trajectory* peserta didik dalam mencapai pemahaman konsep komposisi fungsi. Di penelitian ini, melalui serangkaian aktivitas yang dilakukan diperoleh alur belajar peserta didik pada level pemodelan yang berbeda, dimana dimulai dari level *situational*, level referensial, dan level formal. Penelitian ini tidak ada level *general*. Level *situational* yaitu memahami permasalahan kontekstual yang menjadi pijakan bagi peserta didik untuk dapat berkolaborasi dan berkomunikasi untuk mengarah pada pemahaman matematis. Pada level referensial, peserta didik memperluas pemahaman dari masalah kontekstual non matematis ke masalah kontekstual matematis yang saling terkait. Tahap referensial ini sudah mengarah pada konsep matematika yang akan dicapai, yaitu pemahaman dalam menentukan permodelan fungsi pada mesin I, mesin II, dan persediaan kayu.

Selanjutnya adalah tahap formal. Pada tahap formal, peserta didik dapat menyelesaikan fungsi yang dimodelkan tersebut dengan komposisi fungsi $g \circ f(x)$. Selain itu, peserta didik dapat mensubstitusikan x (persediaan kayu) ke dalam komposisi fungsi. Meskipun demikian, hasil dari penelitian yang telah dilakukan ini bisa digunakan sebagai acuan proses pembelajaran guna memberikan hasil yang maksimal terhadap pembelajaran sehingga kedepannya perlu untuk dilakukan penelitian lebih lanjut dengan materi, metode pembelajaran dan jenis soal yang berbeda. Adanya penelitian yang berkelanjutan akan memberikan dampak yang positif terhadap perkembangan ilmu pengetahuan.

DAFTAR PUSTAKA

- Amin, A. K., Degeng, N. S., Setyosari, P., & Djatmika, E. T. (2021). The Effectiveness of Mobile Blended Problem Based Learning on Mathematical Problem Solving. *International Journal of Interactive Mobile Technologies*, 15(1), 119–141.
- Anazifa, R. D., & Djukri. (2017). Project-based Learning and Problem-based Learning: Are They Effective to Improve Student's Thinking Skills? *Jurnal Pendidikan IPA Indonesia*, 6(2), 346–355.
- Astuti, W., & Wijaya, A. (2020). Learning Trajectory Berbasis Proyek pada Materi Definisi Himpunan. *Jurnal Riset Pendidikan Matematika*, 7(2), 254–266.
- Bakker, A., Cai, J., & Zenger, L. (2023). Future Themes of Mathematics Education Research: An International Survey Before and During The Pandemic. *Educacion Matematica*, 35(2), 9–46.
- Dwiputri, D. L., Rusliah, N., & Deswita, R. (2023). Desain Learning Trajectory Matematika dalam Memfaktorkan Persamaan Kuadrat dengan Menggunakan Blok Aljabar. *MATH-EDU: Jurnal Ilmu Pendidikan Matematika*, 8(1), 47–56.
- Edgington, C., Wilson, P. H., Sztajn, P., & Webb, J. (2016). Translating Learning Trajectories Into Useable Tools for Teachers. *Mathematics Teacher Educator*, 5(1), 65–80.
- Fauziyah, N., & Husniati, A. (2023). Learning Trajectory in Problem-Based Mathematics Learning with Literacy and Numeracy Reinforcement: An Implementation of Lesson Study at Junior High School. *JTAM (Jurnal Teori Dan Aplikasi Matematika)*, 7(2), 384–397.
- Jayanti, R. D., Kesumawati, N., & Yuliana, I. (2024). Penerapan Model Problem Based Learning untuk Meningkatkan Kemampuan Pemecahan Masalah Peserta Didik pada Materi Lingkaran. *Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 7(1), 85–94.
- Lopes, R. M., Hauser-Davis, R. A., Oliveira, M. M., Pierini, M. F., de Souza, C. A. M., Cavalcante, A. L. M., Santos, C. R. Dos, Comarú, M. W., & da Fonseca Tinoca, L. A. (2020). Principles of Problem-Based Learning for Training and Professional Practice In Ecotoxicology. *Science of the Total Environment*, 702, 134809.
- Mulyawati, Y., Zulela, M., & Edwita, E. (2022). Differentiation Learning to Improve Students Potential in Elementary School. *Pedagonal : Jurnal Ilmiah Pendidikan*, 6(1), 68–78.
- Nickerson, S. D., Lamb, L., & Larochele, R. (2017). *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks*. Springer
- Nickerson, S. D., & Whitacre, I. (2010). A Local Instruction Theory for The

- Development of Number Sense. *Mathematical Thinking and Learning*, 12(3), 227–252.
- Nurhidayah, N., Najitama, F., & Komara, E. (2023). Implementation of Differentiation Learning in Elementary School: Study of Participants in The Driving School Program. *Social, Humanities, and Educational Studies (SHES): Conference Series*, 6(3), 364–372.
- Nurkomaria, V., Lusiana, & Zainab. (2022). Peningkatan Hasil Belajar Peserta Didik Melalui Model Pembelajaran Problem Based Learning (PBL) pada Materi Peluang. *Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 5(1), 45–53.
- Putra, Z. H., & Sucitra, W. (2015). Hubungan Intelegensi dengan Hasil Belajar Matematika Siswa Kelas V SD Negeri 68 Pekanbaru. *JPM IAIN Antasari*, 2(2), 1–18.
- Rheinberger, H. J. (2005). Gaston Bachelard and the Notion of “Phenomenotechnique.” *Perspectives on Science*, 13(3), 313–328.
- Risnanosanti, Prasetyo, A. A., & Syofiana, M. (2023). Hypothetical Learning Trajectory Penalaran Matematis pada Materi Statistika SMP. *Indiktika: Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, 5(2), 201–210.
- Sidik, G. S., Suryadi, D., & Turmudi, T. (2021). Learning Obstacle on Addition and Subtraction of Primary School Students: Analysis of Algebraic Thinking. *Education Research International*, 2021, 1–10.
- Simon, M. A., & Tzur, R. (2004). Explicating the Role of Mathematical Tasks in Conceptual Learning: An Elaboration of the Hypothetical Learning Trajectory. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 91–104.
- Surya, A. (2018). Learning Trajectory Pada Pembelajaran Matematika Sekolah Dasar (SD). *Jurnal Pendidikan Indonesia*, 4(1), 22–26.
- Wijaya, A., Elmaini, & Doorman, M. (2021). A Learning Trajectory for Probability: A Case of Game-Based Learning. *Journal on Mathematics Education*, 12(1), 1–16.
- Yew, E. H. J., & Goh, K. (2016). Problem-Based Learning: An Overview of its Process and Impact on Learning. *Health Professions Education*, 2(2), 75–79.