

LEARNING OBSTACLES KONSEP OPERASI BARIS ELEMENTER DITINJAU DARI HAMBATAN EPISTEMOLOGI

Mahyudi¹, Endaryono²
Universitas Indraprasta PGRI Jakarta^{1,2}
didimahyudi21@gmail.com¹

ABSTRAK

Hambatan belajar pada peserta didik merupakan keterbatasan konteks pengetahuan. Seseorang yang lebih paham dalam mendalami materi, akan melakukan tindakan yang lebih baik lagi. Namun, jika pemahaman mahasiswa pada materi sebelumnya kurang baik dan terbatas, maka akan berkelanjutan hingga ke materi seterusnya, yang mengakibatkan mahasiswa mengalami keterbatasan dalam berpikir. Kebanyakan mereka terbiasa untuk memahami dan mengerti soal matematika sebatas pada soal-soal yang telah dikerjakan atau soal-soal latihan yang ada di slide presentasi dosen. Analisis yang mendalam perlu dilakukan untuk melihat hambatan belajar, sehingga dapat dicarikan solusinya. Hal ini kemudian diamati dari tes diagnostik beberapa mahasiswa Teknik Informatika Universitas Indraprasta PGRI Jakarta yang mendapat pembelajaran aljabar linear dan matriks. Penelitian ini dilaksanakan pada bulan Agustus sampai November 2020. Penelitian ini menggunakan metode kualitatif. Teknik pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan tes tertulis dan observasi. Data dianalisis secara kualitatif untuk mengetahui *learning obstacle*. Hasil analisis memberikan informasi bahwa hambatan belajar pada materi operasi baris elementer antara lain adalah lemahnya pemahaman pada konsep matriks sebagai dasar pengetahuan pada operasi baris elementer, kurangnya pengetahuan tentang aljabar, hanya terpaku pada satu metode saja, dan faktor kurangnya ketelitian.

Kata kunci : hambatan belajar, operasi baris elementer

ABSTRACT

The constraints of the content sense are obstacles to learning. Someone who knows the material more thoroughly will take much greater action. However, if students' comprehension of the previous content is not strong and minimal, they can begin with the next material, which results in students having shortcomings in thought. Most of them are used to mathematical problems that are restricted to problems that have been dealt with or questions practiced in lectures by the teacher. To identify learning obstacles, a comprehensive review is needed to identify solutions. This is accompanied by diagnostic examinations by a variety of students who have obtained linear algebra and matrix education at the Universitas Indraprasta PGRI Jakarta. This research was conducted from August to November 2020. This research used qualitative methods. Data collection techniques in this study used written tests and observations. Data were analyzed qualitatively to determine the learning obstacle. The empirical findings provide evidence that shows that learning obstacles include a poor comprehension of the matrix definition as the base of expertise on elementary line operations, lack of Algebra knowledge, and a lack of precision.

Keywords : learning obstacles, elementary line operations

PENDAHULUAN

Pendidikan matematika merupakan cabang ilmu pengetahuan yang di dalamnya mempelajari tentang matematika. Pendidikan matematika tidak hanya mencapai satu tujuan, misalnya mencerdaskan siswa, tetapi dapat pula untuk membentuk kepribadian siswa serta mengembangkan keterampilan tertentu. Hal ini mengarahkan perhatian terhadap pentingnya pembelajaran dalam pendidikan matematika.

Menurut Hamalik (2010), pembelajaran adalah suatu kombinasi yang terorganisir yang meliputi unsur-unsur manusiawi, material, fasilitas, perlengkapan dan prosedural yang berinteraksi untuk mencapai suatu tujuan. Pembelajaran mengandung makna adanya kegiatan mengajar dan belajar, dimana pihak yang mengajar adalah guru dan yang belajar adalah siswa. Kegiatan mengajar dan belajar berorientasi pada kegiatan mengajarkan materi, yang dapat mengembangkan pengetahuan, sikap, dan keterampilan siswa sebagai sasaran pembelajaran.

Dalam proses pembelajaran akan mencakup berbagai komponen lainnya, seperti media, kurikulum dan fasilitas pembelajaran. Pembelajaran merupakan kegiatan yang dilakukan untuk memfasilitasi dan meningkatkan kualitas belajar pada peserta didik sehingga mendapatkan hasil yang baik. Akan tetapi, seringkali pembelajaran yang hanya bersifat tekstual, yaitu proses pembelajaran yang hanya memahami konsep-konsep matematika secara parsial dan tidak memperhatikan respon siswa, sehingga menghasilkan proses pembelajaran yang tidak berkembang dan kurangnya makna dan konteks.

Proses pembelajaran yang bersifat tekstual ini pula yang memungkinkan menjadi penyebab munculnya hambatan pembelajaran yang dialami oleh mahasiswa di kemudian hari. Ketika mahasiswa dihadapkan dengan konteks yang berbeda, akan mengalami hambatan untuk menyelesaikannya. Penelitian Sari dkk (2017) pada mahasiswa yang mempelajari materi Program Linear menunjukkan bahwa pemahaman materi awal yang rendah menyebabkan kesulitan belajar mahasiswa.

Sementara itu penelitian Mahyudi (2016) yang menganalisis kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep permutasi dan kombinasi diperoleh bahwa yang menjadi hambatan utama dalam memahami permasalahan matematika adalah lemahnya pemahaman mahasiswa terhadap soal itu sendiri. Kelemahan mahasiswa tersebut terutama terlihat dari rendahnya pemahaman soal yang berbentuk cerita dan aplikasi dalam kehidupan sehari-hari.

Begitupun penelitian Sari dan Mahyudi (2018) mengenai kesalahan-kesalahan yang dilakukan siswa dalam memahami konsep sudut. Kelemahan siswa terletak pada kurangnya pemahaman konsep dasar tentang sudut. Wahyuni (2017) mengulas tentang hambatan belajar mahasiswa pada materi kalkulus dasar. Ditemukan bahwa selain faktor ketelitian, faktor yang menyebabkan hambatan belajar adalah kelemahan pada proses.

Hasil-hasil penelitian tersebut menunjukkan bahwa penanaman konsep menjadi hal paling utama ditekankan dalam pembelajaran matematika. Siswa maupun mahasiswa perlu dibekali kemampuan pemahaman konsep yang baik untuk dapat memahami materi ajar yang diberikan. Selain itu juga digunakan untuk pemahaman konsep pada materi-materi berikutnya, mengingat bahwa ilmu matematika merupakan ilmu yang hierarki.

Menurut Brousseau (1997) terdapat 3 faktor yang menyebabkan siswa mengalami hambatan dalam belajar yaitu:

1. Hambatan Ontogeni (*Ontogenic Obstacle*).

Hambatan ontogeni (*ontogenic obstacle*) yaitu hambatan yang terjadi karena kesiapan mental siswa atau aspek psikologi dalam menghadapi pembelajaran masih kurang. Hambatan ontogeni terjadi karena proses pembelajaran yang tidak sesuai dengan kesiapan siswa. Karena hambatan ini berkaitan dengan perkembangan mental siswa yang berhubungan dengan faktor usia dan tingkat perkembangan, akan berkurang dengan sendirinya sejalan dengan pertumbuhan siswa tersebut. Contoh : Misalnya ketika masuk sekolah usia anak masih terlalu kecil sehingga pada saat proses pembelajaran berlangsung tidak sesuai dengan perkembangan siswa tersebut. Misalkan ketika di bangku sekolah menengah pertama usia anak masih terlalu muda. Dampaknya pembelajaran tidak sesuai dengan mental anak. Misalkan ketika belajar aljabar, ketika anak diajak berpikir abstrak, anak belum mampu, sehingga menjadi hambatan ketika belajar.

2. Hambatan Didaktis (*Didactical Obstacle*)

Hambatan didaktis (*didactical obstacle*) yaitu hambatan yang terjadi akibat kekeliruan proses pembelajaran yang berasal dari sistem pembelajaran yang ada. Hambatan didaktis ini berkaitan dengan cara guru membuat dan merancang pembelajaran. Contoh : ketika guru menyampaikan pembelajaran pembagian aljabar suku tunggal, guru hanya mengatakan apabila variabelnya sama maka pangkatnya dikurangkan. Contoh lain pada pembelajaran segitiga siku-siku. Guru cenderung menggambarkan hipotenusa pada sisi kanan.

3. Hambatan Epistemologi (*Epistemological Obstacle*)

Hambatan epistemologi (*epistemological obstacle*) yaitu hambatan yang terjadi akibat keterbatasan siswa pada konteks tertentu saja. Hambatan epistemologis terjadi saat seseorang diberikan suatu konteks yang berbeda dia mengalami kesulitan untuk menggunakan pengetahuan yang dimilikinya. Dalam hal ini pandangan siswa terhadap konsep yang lain terputus-putus dan tidak komprehensif. Contoh : ketika anak mengerjakan soal tentang penjumlahan bilangan bulat $-2 + 3$, bisa menyelesaikannya, tetapi ketika diberikan soal $-2a + 3a$, tidak bisa mengerjakannya. Kemampuan yang dimiliki sebelumnya tidak dapat digunakan.

Untuk mengurangi hambatan-hambatan yang terjadi dalam pembelajaran, diperlukan adanya analisis secara komprehensif untuk nantinya dapat dikembangkan suatu desain pembelajaran yang memungkinkan mahasiswa mendapatkan kesempatan mengembangkan proses berpikirnya dan hambatan dalam belajar dapat diminimalkan.

OBE (Operasi Baris Elementer) merupakan bagian materi yang dipelajari mahasiswa teknik informatika pada mata kuliah aljabar linear dan matriks. Materi ini menjadi penting dipelajari mahasiswa untuk pembelajaran lebih lanjut pada materi lainnya seperti menentukan determinan matriks, invers matriks dan penyelesaian sistem persamaan linear dengan metode matriks. Oleh karena itu, untuk memahami konsep OBE dengan baik, mahasiswa perlu pengetahuan dasar yang kuat pada konsep matriks.

Gejala yang telah dikemukakan tersebut menunjukkan beberapa permasalahan yang dapat diidentifikasi sebagai berikut:

1. Kelemahan mahasiswa dalam memahami matematika terletak pada rendahnya kemampuan pemahaman konsep.
2. Kurangnya pemahaman materi dasar sebagai penunjang materi operasi baris elementer.

Asumsi yang dijadikan landasan dalam penelitian ini adalah analisis yang dilakukan terhadap hasil tes mahasiswa tersebut sudah dilakukan secara mendalam dan menyeluruh untuk menemukan hambatan-hambatan belajar pada materi operasi baris elementer. Analisis yang dilakukan terbatas hanya pada materi matriks saja dan ditinjau dari kemampuan pemahaman konsep matematika. Hal ini juga berdasarkan bahwa kemampuan pemahaman matematika yang baik harus ditunjang dengan kemampuan pemahaman konsep yang baik pula.

METODE

Penelitian ini dilakukan dengan menggunakan pendekatan kualitatif. Penelitian ini merupakan bagian dari *didactical design research* yang fokus pada konsep operasi baris elementer (OBE). Menurut Suryadi (2010), pada penelitian *Didactical Design Research* (DDR), terdapat tiga tahapan yang dilakukan, yaitu: tahap pertama analisis prospektif sebelum pembelajaran, tahap kedua analisis metapedadidaktik, dan tahap ketiga analisis retrospektif. Penelitian ini berada pada tahapan yang pertama yaitu tahap analisis prospektif.

Penelitian ini dilaksanakan pada rentang waktu bulan Agustus sampai November 2020. Mahasiswa Program Studi Teknik Informatika Universitas Indraprasta PGRI Jakarta menjadi partisipan dalam proses analisis tes diagnostik ini. Sebagai mahasiswa sains tentu mereka perlu dibekali dengan pengetahuan matematika yang baik. Pemahaman dan pengetahuan dasar yang telah diterima akan menjadi patokan dalam analisis penelitian ini, karena tentunya mereka memiliki pola dan proses berpikir yang berbeda dibandingkan dengan mahasiswa matematika itu sendiri.

Sumber data dalam penelitian ini yaitu data primer, yaitu berupa hasil jawaban tes diagnostik dan hasil analisis tes. Teknik pengumpulan data dalam penelitian ini adalah; 1) Tes tertulis berfungsi untuk memperoleh data pengerjaan tes oleh mahasiswa, dan 2) Observasi terhadap hasil jawaban mahasiswa untuk melihat letak kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal sehingga dapat diketahui kesulitan mahasiswa dalam memahami soal

Penggambaran hambatan dan kesulitan yang dialami mahasiswa dalam proses belajar-mengajar tidak hanya dapat dilihat sebagai hasil dari proses belajar itu sendiri. Akan tetapi memerlukan penelusuran yang lebih mendalam, sehingga diperoleh hasil gambaran yang utuh dan menyeluruh. Tahapan yang dilalui untuk mendapatkan *learning obstacles* konsep OBE ini dimulai dengan memberikan tes diagnostik, lalu dilanjutkan dengan analisis secara kualitatif untuk mengetahui hambatan-hambatan yang dialami mahasiswa dalam memahami konsep operasi baris elementer (OBE).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk mengetahui hambatan-hambatan yang dialami mahasiswa dalam memahami konsep OBE pada matriks, mahasiswa diberikan permasalahan-permasalahan yang terkait dengan OBE. Tes ini diberikan untuk melihat bagian-bagian kesulitan dalam memahami konsep OBE, terutama ditinjau dari epistemologisnya.

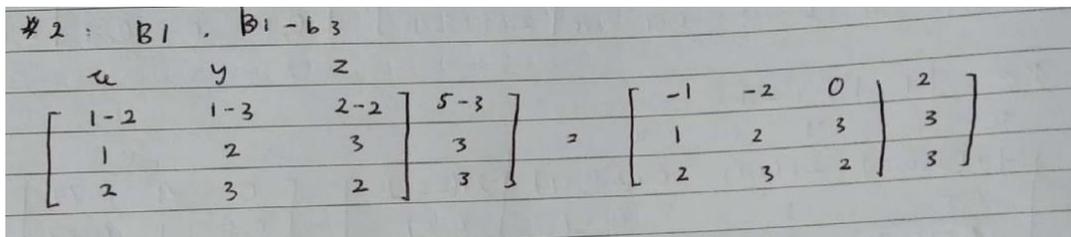
Berikut diberikan analisis hasil pemahaman mahasiswa berkenaan dengan tes diagnostik untuk melihat hambatan-hambatannya.

Soal pertama.

Selesaikan sistem persamaan linier di bawah ini dengan Eliminasi Gauss – Jordan

$$\begin{aligned}x + y + 2z &= 5 \\x + 2y + 3z &= 3 \\2x + 3y + 5z &= 3\end{aligned}$$

Berdasarkan permasalahan ini, berikut analisis yang diperoleh dari jawaban-jawaban mahasiswa.



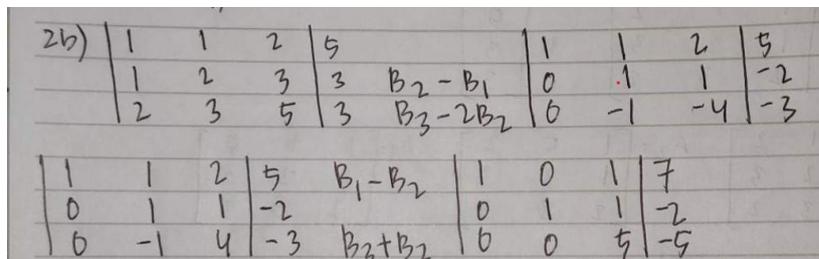
#2 : B1 . B1 - b3

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1-2 & 1-3 & 2-2 & 5-3 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{ccc|c} -1 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 3 \end{array} \right]$$

Gambar 1. Hasil jawaban mahasiswa tipe 1

Penyelesaian permasalahan yang dilakukan pada tahap ini terlihat bahwa mahasiswa tersebut tidak mencari 1-utama terlebih dahulu. Akan tetapi yang dilakukan adalah menentukan elemen 0 pada baris pertama kolom ketiga. Responden memahami bahwa membuat elemen menjadi nol pada beberapa entri untuk memudahkan mencari elemen pada entri a_{11} , a_{22} dan a_{33} . Langkah ini tidak salah selama aturan OBE-nya memenuhi aturan yang sudah ditetapkan.

Perhatikan langkah penyelesaian seperti terlihat pada gambar 2 berikut.



2b) $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 5 & 3 \end{array} \right]$ $B_2 - B_1$ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -4 & -3 \end{array} \right]$ $B_3 - 2B_2$

$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 4 & -3 \end{array} \right]$ $B_1 - B_2$ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 5 & -5 \end{array} \right]$ $B_3 + B_2$

Gambar 2. Hasil jawaban mahasiswa tipe 2

Langkah penyelesaian yang dapat dipahami dari tipe ini bahwa responden sudah memahami secara terstruktur aturan-aturan pada OBE. Tahapan pertama dalam OBE adalah mencari 1-utama yang kemudian dilanjutkan mencari elemen nol pada entri-entri tertentu.

Satu hal yang harus menjadi perhatian adalah proses aljabar dalam penyelesaian metode OBE. Perhatikan langkah pada penyelesaian berikut ini.

$$\begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 0 & 16 \\ 0 & 3 & 0 & -11 \\ 0 & 0 & -3 & -5 \end{array} \right] \\ \hline \begin{array}{l} \frac{1}{3}R_1 = 1 \ 0 \ 0 \ 5,3 \\ \frac{1}{3}R_2 = 0 \ 1 \ 0 \ -3,6 \\ \frac{1}{-3}R_3 = 0 \ 0 \ 1 \ 1,6 \end{array} \\ \hline \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 5,3 \\ 0 & 1 & 0 & -3,6 \\ 0 & 0 & 1 & 1,6 \end{array} \right] \end{array}$$

Gambar 3. Hasil jawaban mahasiswa

Perlu diingat bahwa dalam proses penghitungan, hindari penggunaan bilangan desimal. Karena apabila dilakukan dalam beberapa kali iterasi akan membuat akurasi penghitungan menjadi berkurang bahkan hasilnya akan mengalami kekeliruan.

Soal kedua

Pak Ahmad seorang pedagang buah-buahan dan dia menjual paket buah-buahan yang terdiri dari apel, jeruk dan pir. Berikut adalah paket yang dijual oleh pak Ahmad:

3 kg apel, 2 kg jeruk dan 2 kg pir seharga 197.000

2 kg apel, 1 kg jeruk dan 2 kg pir seharga 140.000

2 kg apel, 3 kg jeruk dan 1 kg pir seharga 172.000

Hitunglah harga per kg dari masing-masing buah tersebut!

Pada soal ini, mahasiswa diminta untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dengan metode yang diinginkan. Akan tetapi lebih disarankan dengan menggunakan metode OBE. Berikut berbagai tipe jawaban dari mahasiswa.

$$\begin{array}{l} \text{* Persamaan 1 dan 2} \\ \begin{array}{r} 3x + 2y + 2z = 197.000 \quad | \times 2 | \quad 6x + 4y + 4z = 394.000 \\ 2x + y + 2z = 140.000 \quad | \times 3 | \quad 6x + 3y + 6z = 420.000 - \\ \hline y - 2z = -26.000 \end{array} \\ \text{* Persamaan 2 dan 3} \\ \begin{array}{r} 2x + y + 2z = 140.000 \quad | \times 1 | \quad 2x + y + 2z = 140.000 \\ 2x + 3y + z = 172.000 \quad | \times 1 | \quad 2x + 3y + z = 172.000 - \\ \hline -2y + z = -32.000 \end{array} \\ \text{\# } \begin{array}{r} y - 2z = -26.000 \quad | \times -2 | \quad -2y + 4z = 52.000 \\ -2y + z = -36.000 \quad | \times 1 | \quad -2y + z = -36.000 - \\ \hline 3z = 84.000 \\ z = 28.000 \end{array} \end{array}$$

Gambar 4. Tipe jawaban dengan eliminasi

Tipe pertama ternyata ada beberapa mahasiswa yang menggunakan metode eliminasi untuk menyelesaikan permasalahan tersebut. Terdapat sebanyak 20% dari jumlah responden yang menggunakan metode eliminasi. Hasil konfirmasi dengan beberapa mahasiswa tersebut diperoleh informasi bahwa mereka kurang memahami metode matriks dan tidak paham dengan metode OBE. Eliminasi

adalah metode yang paling diingat dan paling dipahami oleh mahasiswa yang menyelesaikan permasalahan ini.

1). Dengan Aturan Cramer

Matrks dari SPL	3	2	2	x	197.000
	2	1	2	y	140.000
	2	3	1	z	172.000

$$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 3 + 8 + 12 - 4 - 18 - 4 = -3$$

$$D_x = \begin{vmatrix} 197.000 & 2 & 2 \\ 140.000 & 1 & 2 \\ 172.000 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 197.000 + 688.000 + 840.000 - 344.000 - 1.182.000 - 280.000 = 1.725.000 - 1.806.000 = -81.000$$

$$D_y = \begin{vmatrix} 3 & 197.000 & 2 \\ 2 & 140.000 & 2 \\ 2 & 172.000 & 1 \end{vmatrix} = 420.000 + 788.000 + 688.000 - 560.000 - 1.032.000 - 394.000 = 1.896.000 - 1.986.000 = -90.000$$

$$D_z = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 197.000 \\ 2 & 1 & 140.000 \\ 2 & 3 & 172.000 \end{vmatrix} = 516.000 + 560.000 + 1.182.000 - 394.000 - 1.260.000 - 688.000 = 2.258.000 - 2.342.000 = -84.000$$

Gambar 5. Tipe jawaban dengan metode Cramer

Tipe kedua adalah mahasiswa yang menggunakan metode Cramer dengan aturan Sarrus untuk menghitung determinannya. Tipe kedua merupakan metode yang paling banyak dipilih mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan ini sebanyak 68%. Hasil investigasi pada beberapa mahasiswa dengan tipe jawaban ini, diperoleh keterangan bahwa mereka memahami aturan matriks. Tetapi kurang memahami dengan aturan OBE dan lebih cenderung untuk tidak menggunakan aturan OBE karena metodenya membingungkan. Aturan menghitung determinan pun, mereka memilih yang paling mudah dan sering digunakan yaitu aturan Sarrus, karena kurang memahami untuk metode yang lain.

Selanjutnya diperlihatkan jawaban-jawaban yang menggunakan aturan OBE. Berikut beberapa hasil jawabannya.

Eliminasi Gauss Jordan.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 2 & 197000 \\ 2 & 1 & 2 & 140000 \\ 2 & 3 & 1 & 172000 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_2 - R_3 \\ 3R_3 - 2R_1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 2 & 197000 \\ 0 & -2 & 1 & -32000 \\ 0 & 5 & -1 & 122000 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_1 + R_2 \\ 2R_3 + 5R_2}} \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 3 & 165000 \\ 0 & -2 & 1 & -32000 \\ 0 & 0 & 3 & 84000 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 3 & 165000 \\ 0 & -2 & 1 & -32000 \\ 0 & 0 & 3 & 84000 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{R_1 - R_3 \\ 3R_2 - R_3}} \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 0 & 81000 \\ 0 & -6 & 0 & -180000 \\ 0 & 0 & 3 & 84000 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{:3 \\ :-6 \\ :3}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 27000 \\ 0 & 1 & 0 & 30000 \\ 0 & 0 & 1 & 28000 \end{array} \right]$$

Jadi harga ~~per~~ per kg masing-masing buah adalah:
 Apel = Rp 27.000 / kg
 Jeruk = Rp 30.000 / kg
 Pir = Rp 28.000 / kg

Gambar 6(a). Tipe jawaban dengan metode OBE

$$\begin{array}{l}
 1) \begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 2 & 197.000 \\ 2 & 1 & 2 & 140.000 \\ 2 & 3 & 1 & 172.000 \end{array} \\
 \text{Jawab:} \\
 \begin{array}{l}
 B_1 = B_1 - B_2 \quad B_2 = B_2 - B_3 \quad B_3 = B_3 - (B_1 \times 2) \\
 \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 37.000 \\ 2 & 1 & 2 & 140.000 \\ 2 & 3 & 1 & 172.000 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 B_2 = B_2 + (B_3 \times 3) \quad B_3 = B_3 - B_2 \quad B_3 = B_3 \times (-1/3) \\
 \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 57.000 \\ 0 & 1 & 4 & 142.000 \\ 0 & 1 & 1 & 58.000 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 B_2 = B_2 - (B_3 \times 4) \quad B_1 = B_1 - B_2 \quad \text{Jadi: Harga Apel} = 27.000/\text{kg} \\
 \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 57.000 \\ 0 & 1 & 0 & 30.000 \\ 0 & 0 & 1 & 28.000 \end{array} \\
 \begin{array}{l}
 B_1 = B_1 - B_2 \\
 \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 27.000 \\ 0 & 1 & 0 & 30.000 \\ 0 & 0 & 1 & 28.000 \end{array} \\
 \text{Jadi: Harga Jeruk} = 30.000/\text{kg} \\
 \text{Harga pir} = 28.000/\text{kg}
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}$$

Gambar 6(b). Tipe jawaban dengan metode OBE

$$\begin{array}{l}
 \left[\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & 2 & = 197.000 \\ 2 & 1 & 2 & = 140.000 \\ 2 & 3 & 1 & = 172.000 \end{array} \right] B_1 \left(\frac{1}{2} \right) \\
 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & = 197.000 / 3 \\ 2 & 1 & 2 & = 140.000 \\ 1 & 3 & 1 & = 172.000 \end{array} \right] \begin{array}{l} B_2 + (-2)B_1 \\ B_3 + (-2)B_1 \end{array} \\
 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & = 197.000 / 3 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & = 140.000 \\ 0 & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & = 172.000 \end{array} \right] B_2 (-3) \\
 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & = 197.000 \\ 0 & 1 & -2 & = -26.000 \\ 0 & \frac{5}{3} & -\frac{1}{3} & = 172.000 \end{array} \right] \begin{array}{l} B_1 + \left(\frac{2}{3} \right) B_2 \\ B_3 + \left(-\frac{1}{3} \right) B_2 \end{array} \\
 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & = 83.000 \\ 0 & 1 & -2 & = -26.000 \\ 0 & 0 & 3 & = 84.000 \end{array} \right] B_3 \left(\frac{1}{3} \right) \\
 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 2 & = 83.000 \\ 0 & 1 & -2 & = -26.000 \\ 0 & 0 & 1 & = 28.000 \end{array} \right] \begin{array}{l} B_1 + (-2)B_3 \\ B_2 + (2)B_3 \end{array} \\
 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & = 83.000 - 27.000 \\ 0 & 1 & 0 & = 30.000 \\ 0 & 0 & 1 & = 28.000 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Gambar 6(c). Tipe jawaban dengan metode OBE

Mahasiswa yang menjawab dengan menggunakan metode OBE ada sebanyak 9% dari jumlah responden. Ada tiga tipe jawaban mahasiswa yang menggunakan OBE seperti terlihat pada gambar 6(a), 6(b) dan 6(c). Pada bagian 6(a), responden menerapkan secara terstruktur aturan-aturan pada OBE. Terlihat bahwa langkah pengerjaan yang terkonsep dengan baik sampai diperoleh hasil akhir penyelesaiannya. Responden yang menjawab dengan langkah seperti ini memberikan informasi bahwa mereka paham dengan metode OBE walaupun terkadang ada kesalahan karena kurang teliti. Sementara pada tipe 6(b), seperti halnya pada tipe 6(a), responden menyelesaikan dengan OBE dengan

menggunakan langkah-langkah penyelesaian eliminasi Gauss-Jordan. Secara garis besar tipe ini hampir sama dengan tipe 6(a) hanya saja dengan aturan OBE yang sedikit berbeda. Responden tipe ini juga memberikan informasi bahwa metode OBE tidak terlalu sulit, hanya saja diperlukan ketelitian yang ekstra agar tidak terjadi kesalahan.

Tipe 6(c) yang menggunakan OBE merupakan tipe jawaban yang paling lengkap dalam menerapkan aturan eliminasi Gauss-Jordan. Langkah-langkah yang digunakan sangat terstruktur dan paling ketat dalam mengambil aturan eliminasi. Responden yang menjawab dengan langkah seperti ini hanya ada 3 orang saja. Informasi yang didapatkan dari responden ini bahwa metode OBE memerlukan ketelitian yang tinggi. Akan tetapi apabila sudah terbiasa dengan metode ini, akan memberikan nuansa tersendiri dalam memahami penyelesaian SPL dengan metode matriks.

Untuk tipe berikutnya, ada metode yang cenderung berbeda dan tidak biasa dibandingkan dengan tipe-tipe jawaban sebelumnya. Respondennya ada sebanyak 3% yang menyelesaikan dengan tipe ini. Perhatikan gambar berikut ini.

Dik : 3 kg Apel, 2 kg Jeruk dan 2 kg pir seharga 197.000 : $3X_1 + 2X_2 + 2X_3 = 197.000$
 2 kg Apel, 1 kg jeruk dan 2 kg pir seharga 140.000 : $2X_1 + X_2 + 2X_3 = 140.000$
 2 kg Apel, 3 kg jeruk dan 1 kg pir seharga 172.000 : $2X_1 + 3X_2 + X_3 = 172.000$

Dit : $X_1 = ?$, $X_2 = ?$, $X_3 = ?$

Jawab :

3	2	2	197.000	3	2	2	197.000	3	2	2	197.000
2	1	2	140.000	0	-1	2	26.000	0	-1	2	26.000
2	3	1	172.000	0	2	-1	32.000	0	0	3	84.000

$3X_1 + 2X_2 + 2X_3 = 197.000$	$\rightarrow 3X_1 + 2(30.000) + 2(28.000) = 197.000$	
$-X_2 + 2X_3 = 26.000$	$3X_1 + 60.000 + 56.000 = 197.000$	
$3X_3 = 84.000$	$3X_1 + 116.000 = 197.000$	
$X_3 = \frac{84.000}{3}$	$3X_1 = 197.000 - 116.000$	
$X_3 = 28.000$	$-X_2 + 2(28.000) = 26.000$	$X_1 = \frac{81.000}{3}$
	$-X_2 + 56.000 = 26.000$	$X_1 = 27.000$
	$-X_2 = 26.000 - 56.000$	
	$-X_2 = -30.000$	
	$X_2 = 30.000$	

Jadi, harga buah per kg yaitu :
 Apel = Rp. 27.000,-
 Jeruk = Rp. 30.000,-
 Pir = Rp. 28.000,-

Gambar 7. Tipe jawaban metode eliminasi Gauss

Tipe jawaban seperti ini menggunakan eliminasi Gauss. Pada tahap awal menggunakan metode OBE. Kemudian setelah diperoleh matriks segitiga atas, dilanjutkan dengan menggunakan substitusi balik. Metode seperti ini jarang sekali digunakan mahasiswa untuk menyelesaikan permasalahan sistem persamaan linear. Informasi yang diperoleh dari responden bahwa metode ini sedikit lebih sederhana dibandingkan dengan OBE menggunakan eliminasi Gauss-Jordan yang seringkali terdapat kekeliruan dalam melakukan eliminasi. Ide yang cukup kreatif, mengingat umumnya pada materi bagian ini mahasiswa sudah seringkali terlupakan dengan metode eliminasi Gauss.

Berdasarkan analisis terhadap cara-cara penyelesaian yang dilakukan mahasiswa terhadap masalah yang diberikan pada Tes Kemampuan Responden untuk mengidentifikasi *learning obstacle*, ditemukan beberapa hambatan belajar (*learning obstacle*) yang dialami mahasiswa dalam proses pembelajaran konsep operasi baris elementer. Hambatan belajar (*Learning obstacle*) tersebut dibagi menjadi 3 tipe yaitu:

1. *Learning obstacle* tipe 1 yaitu, *learning obstacle* terkait konsep bentuk operasi baris elementer

Hal ini terjadi karena mahasiswa belum memahami konsep dasar OBE. Responden kurang memahami metode matriks secara menyeluruh. Langkah-langkah pada eliminasi Gauss maupun eliminasi Gauss-Jordan belum dipahami dengan baik sehingga hambatannya terletak pada konsep matriks yang menjadi dasar dalam memahami materi OBE.

Sehingga dapat disimpulkan bahwa responden mengalami hambatan dalam menyatakan ulang suatu konsep. Karena tidak memahami konsep bentuk OBE tersebut, dapat diindikasikan bahwa terjadinya kekeliruan di dalam proses pembelajaran yang berlangsung. Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa siswa mengalami hambatan belajar (*learning obstacle*) tipe 1 yaitu *learning obstacle* terkait konsep OBE

Hambatan belajar yang dialami mahasiswa pada penyelesaian masalah yang diajukan dilihat dari sudut pandang karakteristik *learning obstacle*, maka jenis hambatan yang muncul lebih bersifat didaktis.

2. *Learning obstacle* tipe 2 yaitu, *learning obstacle* terkait pemahaman siswa terhadap konsep langkah-langkah eliminasi pada OBE

Dari hasil investigasi terlihat sekali bahwa ketika diberikan soal yang biasa ditemui, responden dapat menyelesaikannya, akan tetapi ketika diberikan soal yang tidak biasa ditemui maka terjadi sebaliknya, responden tidak dapat menyelesaikannya. Hal ini menunjukkan bahwa mahasiswa mengalami hambatan dalam mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi atau tidaknya persyaratan untuk membentuk konsep tersebut.

Hal ini didukung oleh jawaban responden yang mengalami hambatan ketika diberikan soal dengan konteks yang berbeda. Responden tidak dapat lagi menyelesaikan tahapan-tahapannya. Hal ini mengidentifikasi bahwa mahasiswa mengalami hambatan belajar (*learning obstacle*) tipe 2 yaitu hambatan yang muncul lebih bersifat epistemologis.

3. *Learning obstacle* tipe 3 yaitu, *learning obstacle* terkait dengan pemodelan matematika atau soal cerita.

Hambatan belajar yang dialami mahasiswa untuk tipe soal seperti ini adalah bahwa tidak memahami konsep OBE secara keseluruhan, sehingga menyelesaikan dengan metode yang paling dipahami yaitu eliminasi variabel. Begitupun dengan metode lain yang digunakan yaitu metode Cramer. Meskipun responden memahami konsep matriks, akan tetapi aturan OBE tidak menjadi metode alternatif untuk penyelesaian permasalahan yang diberikan.

Hambatan belajar yang dialami siswa pada penyelesaian masalah yang diajukan dilihat dari sudut pandang karakteristik *learning obstacle*, maka jenis hambatan yang muncul lebih bersifat didaktis.

Berdasarkan hasil-hasil pembahasan seperti yang sudah dijelaskan, dapat diperoleh beberapa hal mendasar yang menjadi hambatan dalam menyelesaikan permasalahan dengan menggunakan konsep OBE, yaitu (1) tidak dipahaminya konsep matriks yang menjadi dasar pemahaman OBE, (2) langkah penyelesaian tidak memperhatikan algoritmanya sehingga sering keliru dalam aturan eliminasi barisnya, (3) ketidakteelitian dalam proses penghitungan yang mengakibatkan kesalahan dalam proses penyelesaian akhir.

Hal ini sejalan dengan hasil beberapa penelitian tentang pemahaman konsep, seperti penelitian Nawafilah (2019) yang memberikan hasil sebanyak 28% dari responden yang melakukan kesalahan dalam menyelesaikan persoalan SPL dengan matriks adalah karena kurangnya pemahaman konsep. Sementara penelitian Ruswana (2019) yang menganalisis kemampuan pemahaman matematis pada mata kuliah aljabar linear elementer menyimpulkan bahwa dari lima indikator kemampuan pemahaman matematis, hanya tercapai 2 indikator saja.

Penelitian lain yang memberikan informasi yang sangat bermanfaat adalah penelitian Mahyudi dkk (2017) tentang bahan ajar aljabar linear, khususnya matriks dan determinan. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa kemampuan pemahaman konsep yang baik harus ditunjang dengan bahan ajar yang sederhana dan dapat menumbuhkan kemampuan berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan permasalahan-permasalahan yang berhubungan dengan matriks.

SIMPULAN DAN SARAN

Pembahasan tentang hambatan dalam memahami konsep Operasi Baris Elementer (OBE) mengarahkan bahwa pemahaman matriks menjadi dasar yang fundamental untuk menyelesaikan permasalahan dengan OBE. Hal yang tidak kalah penting adalah kemampuan aljabar dan faktor ketelitian dalam menyelesaikan permasalahan yang melalui beberapa iterasi seperti tahapan-tahapan dalam OBE ini. Pengenalan konsep matriks secara mendalam akan mengarahkan mahasiswa untuk lebih mudah memahami konsep OBE secara keseluruhan.

Dapat disarankan agar mahasiswa mempelajari lebih mendalam konsep matriks dan operasinya, lebih sering berlatih untuk mengasah kemampuan aljabarnya, dan lebih teliti lagi dalam menjawab soal.

DAFTAR PUSTAKA

- Brouseau, G. 1997. *Theory of Didactical Situation in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.
- Hamalik, O. 2010. *Proses Belajar Mengajar*. Jakarta: PT. Bumi Aksara.
- Mahyudi. 2016. Mengapa Sulit Membedakan Permutasi dan Kombinasi. *Ad-Math-Edu*, Vol. 6(1) : 33-44.
- Mahyudi, Ariani, N.M., dan Ramadianti, W. 2017. Desain Bahan Ajar Mata Kuliah Aljabar Linear untuk Mengembangkan Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis. *KALAMATIKA*, Vol. 2(1) : 1-14.
- Nawafilah, N.Q. 2019. Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Sistem Persamaan Linear Menggunakan Operasi Baris Elementer. *REFORMA*, Vol. 8(1) : 167-172.

- Ruswana, A.M. 2019. Analisis Kemampuan Pemahaman Matematis pada Mata Kuliah Aljabar Linear Elementer. *Jurnal Cendikia: Jurnal Pendidikan Matematika*, Vol. 3(2) : 293-299.
- Sari, I.P., Purwasih, R., dan Nurjaman, A. 2017. Analisis Hambatan Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Program Linear. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, Vol. 6(1) : 39-46.
- Sari, H.M. dan Mahyudi. 2018. Diagnosis Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Sudut dan Remediasinya dengan Pembelajaran Berbantuan GeoGebra. *Indiktika : Jurnal Inovasi Pendidikan Matematika*, Vol. 1(1) : 94-102.
- Suryadi, D. 2010. *Metapedadidaktik dan Didactical Design Research (DDR) : Sintesis Hasil Pemikiran Berdasarkan Lesson Study*. Bandung: FPMIPA Universitas Pendidikan Indonesia.
- Wahyuni, A. 2017. Analisis Hambatan Belajar Mahasiswa pada Mata Kuliah Kalkulus Dasar. *JNPM (Jurnal Nasional Pendidikan Matematika)*, Vol. 1(1) : 10-23.