

## Mathematical Representations in Determining the Area of a Triangle: Visual Representation as a Cognitive Guide

Wayan Rumite<sup>1\*</sup>, Lathifaturrahmah Lathifaturrahmah<sup>2</sup>, Intan Buhati Asfyra<sup>3</sup>

Universitas Negeri Makassar, Makassar, Indonesia<sup>1\*2</sup>

Universitas Islam Negeri Antasari Banjarmasin, Banjarmasin, Indonesia<sup>3</sup>

[wayan.rumite@unm.ac.id](mailto:wayan.rumite@unm.ac.id)<sup>1\*</sup>, [lathifaturrahmah@uin-antasari.ac.id](mailto:lathifaturrahmah@uin-antasari.ac.id)<sup>2</sup>,

[intan.buhati@unm.c.id](mailto:intan.buhati@unm.c.id)<sup>3</sup>

### ABSTRAK

Representasi matematis merupakan kompetensi penting yang harus dimiliki calon guru matematika dalam memahami konsep dan menyelesaikan masalah secara efektif. Namun, kajian terdahulu masih menyisakan celah konseptual dalam menjelaskan bagaimana calon guru matematika mengonstruksi dan mengoordinasikan representasi sebagai mekanisme pemandu kognitif khususnya ketika menemukan luas segitiga. Penelitian ini bertujuan mengungkap keterlibatan representasi visual dan pemandu kognitif selama memecahkan masalah penemuan luas segitiga. Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif berjenis eksploratif. Data dikumpulkan melalui tes pemecahan masalah dan wawancara semi-terstruktur terhadap lima subjek yang terpilih dari 93 calon subjek. Data dianalisis berdasarkan keterlibatan representasi gambar, konsep transformasi koordinat, ketepatan plotting, dan indikasi keterpanduan kognitif. Hasil penelitian menunjukkan empat karakteristik penggunaan representasi: (1) tidak melibatkan representasi visual, transformasi koordinat salah, tidak memplot titik koordinat, dan tidak dipandu secara kognitif; (2) melibatkan representasi visual, transformasi koordinat salah, plotting titik koordinat salah, dan dipandu secara kognitif; (3) tidak melibatkan representasi visual, transformasi koordinat benar, tidak memplot titik koordinat, dan tidak dipandu secara kognitif; serta (4) melibatkan representasi visual, transformasi koordinat benar, plotting titik koordinat tepat, dan dipandu secara kognitif. Representasi visual membantu memahami struktur geometri dan hubungan spasial, sedangkan representasi simbolik memformalkan prosedur perhitungan.

**Kata kunci** : representasi matematis, calon guru matematika, luas segitiga, keterpanduan kognitif

### ABSTRACT

Mathematical representation is a critical competency that prospective mathematics teachers must possess in order to understand concepts and solve problems effectively. However, previous studies still leave conceptual gaps in explaining how prospective mathematics teachers construct and coordinate representations as cognitive guidance mechanisms, particularly when calculating the area of a triangle. This study aims to uncover the involvement of visual representations and cognitive guidance during the process of solving problems involving the area of a triangle. This study employs an exploratory qualitative approach. Data were collected through problem-solving tests and semi-structured interviews with five subjects selected from 93 prospective participants. The data were analyzed based on the use of visual representations, the concept of coordinate transformation, plotting accuracy, and indications of cognitive guidance. The results revealed four characteristics of representation use: (1) no visual representation, incorrect coordinate transformation, failure to plot coordinate points, and no cognitive guidance; (2) visual representation, incorrect

coordinate transformation, incorrect plotting of coordinate points, and cognitive guidance; (3) does not involve visual representations, correct coordinate transformations, does not plot coordinate points, and is not cognitively guided; and (4) involves visual representations, correct coordinate transformations, plots coordinate points accurately, and is cognitively guided. Visual representations help understand geometric structures and spatial relationships, while symbolic representations formalize computational procedures.

**Keywords:** mathematical representations, prospective mathematics teachers, area of a triangle, cognitive guidance

## PENDAHULUAN

Representasi berperan sebagai kompas bagi seorang calon guru matematika selama proses memecahkan masalah. Hal ini karena representasi dapat memandu tahapan dalam menyelesaikan masalah (Mulyaningsih et al., 2020; Ridho et al., 2023; Sridana et al., 2025). Dalam penelitian ini, representasi visual sebagai panduan kognitif dimaknai sebagai penggunaan gambar, sketsa koordinat, plotting titik, atau visualisasi bangun geometri sebagai instrumen berpikir untuk mengarahkan strategi penyelesaian, menafsirkan relasi spasial, dan memverifikasi koherensi antara hasil transformasi koordinat dengan prosedur simbolik. Keterpanduan kognitif tampak ketika calon guru matematika mampu memanfaatkan representasi visual untuk mengontrol alur penalaran, menentukan struktur segitiga, memilih prosedur luas yang relevan, serta menilai rasionalitas solusi yang diperoleh. Lebih lanjut, penggunaan representasi visual, misalnya gambar suatu segitiga dapat memandu seseorang berpikir tentang esensi dan sifat-sifat analitik segitiga (Maria et al., 2021; Parta & Nasution, 2019). Hal ini menunjukkan bahwa ide matematis dari suatu gambar tidak dapat dipisahkan dengan konsep gambar dari hasil pemikiran yang disebut sebagai representasi internal atau dikenal dengan istilah model mental (Rumite et al., 2023; Van Ments & Treur, 2022).

Goldin (1998) dan Adu-Gyamfi & Bossé (2014) mengklasifikasi representasi menjadi dua, yaitu representasi internal dan eksternal. Representasi internal menurut Goldin (1998) diartikan sebagai suatu konfigurasi mental individu. Sedangkan menurut Panasuk & Beyranvand (2011) representasi internal merupakan ide-ide yang diciptakan dalam pikiran seseorang untuk menetapkan arti memaknai suatu objek. Montenegro, dkk. (2018) juga mengungkapkan bahwa representasi internal mengacu pada tindakan mental yang dilakukan individu. Sejalan dengan ungkapan tersebut, Rumite et al. (2024) juga mengungkapkan bahwa representasi internal atau model mental adalah jalinan pengetahuan yang tersimpan di *long-term memory*. Berdasarkan uraian tersebut, representasi internal ada dalam pikiran sehingga tentu tidak tampak dengan kata lain tidak dapat diamati secara langsung, sehingga perlu diobservasi melalui perilaku eksternal yang dikenal dengan istilah representasi eksternal.

Representasi eksternal tentu tidak terlepas dari representasi internal karena apa yang disajikan seseorang dalam representasi eksternal merupakan perwujudan dari representasi internal seseorang dalam benaknya. Representasi eksternal merupakan perwujudan dari representasi internal dalam berbagai bentuk baik lisan maupun tulisan. Panasuk & Beyranvand (2011) mengungkapkan representasi eksternal merupakan komunikasi dari ide atau gagasan dalam pikiran, karena memungkinkan

siswa untuk berpikir internal dalam hal simbolik (abstrak) yang diungkapkan dalam bentuk verbal (penjelasan tertulis). Menurut Montenegro et al. (2018), Supriadi & Ningsih (2022), dan Haranti et al. (2025), representasi eksternal mengacu pada produk yang digunakan untuk mengkomunikasikan ide-ide matematis berupa kata-kata (bahasa verbal), gambar, tabel, grafik, dan skema (bahasa visual), numerik dan aljabar (bahasa simbolik). Bal (2014) juga mengungkapkan hal yang serupa bahwa representasi eksternal berupa representasi verbal, representasi grafik, representasi aljabar, dan representasi numerik.

Beberapa penelitian representasi telah dikaji dalam konteks kemampuan siswa dalam aljabar (Khairunnisak et al., 2021), begitu juga keterkaitan antara representasi, sifat analitik, dan pemecahan masalah dengan segitiga segitiga (Parta & Nasution, 2019), keterkaitannya dengan pembuktian dan standar proses NCTM (Fitrianna et al., 2018), pengaruh model pembelajaran seperti Problem Based Learning terhadap representasi calon guru (Nurfitriyanti et al., 2020), serta deskripsi kemampuan representasi matematis mahasiswa calon guru dalam menyelesaikan masalah (Astuti, 2017). Di sisi lain, studi representasi juga menyoroti aspek internal-eksternal dan tahapan kognitif dalam memahami masalah matematika (Faruq et al., 2016). Meskipun berbagai studi tersebut memperkuat pemahaman tentang pentingnya representasi matematis, kajian yang secara spesifik mendalami bagaimana calon guru matematika mengonstruksi, mentransformasikan, dan mengoordinasikan berbagai jenis representasi dalam konteks pemecahan masalah geometri khususnya penemuan luas segitiga masih sangat terbatas.

Masalah penemuan luas segitiga dipilih karena memiliki daya diagnostik yang kuat untuk menelusuri kualitas representasi matematis calon guru matematika. Berbeda dari soal luas segitiga rutin dalam koordinat Kartesius, masalah luas segitiga yang titik-titiknya disajikan dalam koordinat polar menuntut subjek melakukan serangkaian proses representasional yang kompleks, mulai dari mentransformasikan koordinat polar ke koordinat Kartesius, memvisualisasikan posisi titik pada bidang koordinat, menafsirkan relasi spasial antartitik, hingga memformulasikan prosedur simbolik untuk menentukan luas segitiga. Kompleksitas tersebut relevan dengan temuan Žakelj dan Klančar (2022) bahwa representasi visual berperan penting dalam pembelajaran geometri karena mendukung transisi antara representasi konkret, piktorial, dan simbolik. Selain itu, koordinasi antara representasi visual dan simbolik juga dipandang sebagai komponen penting dalam penalaran matematis karena visualisasi yang tepat dapat memperkuat pemahaman terhadap relasi struktural suatu masalah (Ünal et al., 2023). Pemilihan masalah ini juga sejalan dengan Sridana et al. (2025) yang menegaskan bahwa tugas pemecahan masalah bagi calon guru perlu dirancang sedemikian rupa agar mampu memfasilitasi kemunculan representasi visual, simbolik, dan verbal secara produktif. Dengan demikian, masalah luas segitiga berbasis koordinat polar dipandang relevan untuk mengeksplorasi bagaimana subjek membangun, mengoordinasikan, dan memvalidasi hubungan antarrepresentasi, sekaligus menelaah peran representasi visual sebagai pemandu kognitif dalam proses pemecahan masalah geometri. Oleh karena itu, terdapat celah penelitian yang signifikan, yakni kebutuhan untuk mengeksplorasi secara lebih mendalam mengenai bentuk, kualitas, dan strategi representasi matematis calon guru matematika ketika berhadapan dengan masalah penemuan luas segitiga, sebagai salah satu bentuk representasi geometris yang memerlukan koneksi antara representasi visual, simbolik, dan verbal belum banyak disentuh dalam penelitian terdahulu.

Meskipun berbagai penelitian menegaskan peran esensial representasi matematis dalam pengembangan pemahaman dan pemecahan masalah, kajian yang ada masih terfokus pada peserta didik sekolah dasar dan menengah, bukan pada calon guru matematika. Supriadi & Ningsih (2022) mengungkapkan bahwa kemampuan representasi matematis mahasiswa pada materi distribusi peluang masih tergolong rendah. Oleh karena itu, diperlukan pembelajaran yang dapat mengembangkan kemampuan representasi matematis, khususnya pada aspek representasi visual dan verbal. Sejalan dengan Supriadi & Ningsih (2022), Fitrianna et al. (2018) juga mengungkapkan bahwa bahkan siswa SMA masih mengalami hambatan signifikan dalam mengonstruksi sketsa geometris dan merumuskan model matematis dari situasi kontekstual, sedangkan Ridho et al. (2023) melaporkan bahwa siswa SMP belum mampu mengoordinasikan representasi visual dan simbolik secara optimal ketika menyelesaikan permasalahan berbasis Teorema Pythagoras. Sementara itu, penelitian mengenai efektivitas strategi pembelajaran REACT menunjukkan bahwa pendekatan tersebut dapat meningkatkan kemampuan representasi matematis, namun subjek penelitian masih terbatas pada siswa SMP dan lebih menekankan implementasi pembelajaran dibandingkan analisis mendalam atas proses representasional (Sari et al., 2018; Sari & Darhim, 2020). Demikian pula oleh Haranti et al. (2025) yang menyatakan bahwa PBL dapat memunculkan kemampuan representasi matematis yang baik pada siswa berkemandirian belajar tinggi, sedang, maupun rendah. Dengan demikian, terdapat celah penelitian penting berupa belum adanya kajian yang secara komprehensif mengeksplorasi bagaimana calon guru matematika membangun, mengoordinasikan, dan mentransformasikan berbagai bentuk representasi (visual, simbolik, dan verbal) saat memecahkan masalah geometri fundamental seperti penemuan luas segitiga, padahal kompetensi representasional ini merupakan fondasi bagi kesiapan pedagogis mereka di masa depan. Berdasarkan kajian secara teoritis yang telah diungkapkan belum ada penelitian tentang representasi calon guru matematika dalam memecahkan masalah, secara khusus masalah penemuan, yaitu menemukan luas segitiga. Sehingga, peneliti mengkaji “Representasi Matematis dalam Menentukan Luas Segitiga: Representasi Visual sebagai Panduan Kognitif”.

Kebaruan penelitian ini terletak pada eksplorasi mendalam terhadap representasi matematis calon guru matematika dalam menyelesaikan masalah penemuan luas segitiga berbasis koordinat polar, dengan menempatkan representasi visual bukan sekadar sebagai alat bantu ilustratif, tetapi sebagai mekanisme pemandu kognitif dalam proses pemecahan masalah. Berbeda dari penelitian sebelumnya yang umumnya menelaah kemampuan representasi matematis pada siswa sekolah atau menyoroati representasi sebagai produk akhir penyelesaian, penelitian ini mengungkap bagaimana calon guru matematika membangun, mentransformasikan, dan mengoordinasikan representasi visual, simbolik, dan verbal melalui tahapan transformasi koordinat polar ke Kartesius, plotting titik, interpretasi spasial, serta formulasi prosedur simbolik. Kebaruan lainnya tampak pada pengelompokan karakteristik representasi berdasarkan empat indikator analitis, yaitu keterlibatan representasi visual, ketepatan transformasi koordinat, ketepatan plotting, dan keterpanduan kognitif. Dengan demikian, penelitian ini memberikan kontribusi konseptual dalam memperjelas peran representasi visual sebagai kompas kognitif yang membantu calon guru matematika mengorganisasi informasi, memverifikasi kewajaran solusi, dan menghubungkan struktur geometris dengan prosedur simbolik.

### **Pertanyaan Penelitian (Research Questions)**

1. Bagaimana karakteristik representasi matematis calon guru matematika dalam menyelesaikan masalah penemuan luas segitiga berbasis koordinat polar?
2. Bagaimana calon guru matematika mentransformasikan koordinat polar ke koordinat Kartesius, melakukan plotting titik, dan mengoordinasikan representasi visual, simbolik, serta verbal dalam proses penentuan luas segitiga?
3. Bagaimana peran representasi visual sebagai pemandu kognitif dalam membantu calon guru matematika memahami struktur geometri, menafsirkan relasi spasial, memverifikasi prosedur, dan menentukan luas segitiga?

### **Tujuan Penelitian (Research Objectives)**

1. Mendeskripsikan karakteristik representasi matematis calon guru matematika dalam menyelesaikan masalah penemuan luas segitiga berbasis koordinat polar.
2. Mengungkap proses calon guru matematika dalam mentransformasikan koordinat polar ke koordinat Kartesius, melakukan plotting titik, dan mengoordinasikan representasi visual, simbolik, serta verbal selama proses pemecahan masalah.
3. Menganalisis peran representasi visual sebagai pemandu kognitif dalam membantu calon guru matematika mengorganisasi informasi, menafsirkan relasi spasial, memverifikasi langkah penyelesaian, dan memformulasikan prosedur simbolik untuk menentukan luas segitiga.

### **METODE**

Penelitian ini menggunakan pendekatan kualitatif berjenis eksploratif karena penelitian ini bertujuan mengungkap karakteristik calon guru matematika dalam membangun, mentransformasikan, dan mengoordinasikan berbagai representasi matematis selama menentukan luas segitiga, khususnya peran representasi visual sebagai pemandu kognitif (Creswell, 2018; Johnson & Christensen, 2020). Subjek penelitian ini sebanyak 5 mahasiswa calon guru matematika yang dipilih dari 93 mahasiswa calon guru matematika calon subjek yang telah menempuh mata kuliah geometri dan geometri analitik bidang yang mendukung dalam menemukan solusi dari masalah yang dihadapi. Calon subjek yang terlibat dalam penelitian ini berasal dari beberapa kelas yang berbeda dari dua universitas di Provinsi Lampung dan Kalimantan Selatan untuk memastikan bahwa data yang diperoleh sudah jenuh dan valid. Subjek ditentukan dengan teknik *purposive sampling* dengan menggunakan soal tes pemecahan masalah penemuan luas segitiga dan lembar pedoman yang berisi pedoman wawancara semi-terstruktur. Soal tes pemecahan masalah penemuan luas segitiga pada Gambar 1 yang digunakan dalam penelitian ini telah divalidasi oleh dua ahli, yaitu ahli geometri analitik bidang dan ahli pedagogi.

Validasi instrumen dilakukan oleh dua ahli, yaitu ahli geometri analitik bidang dan ahli pedagogi, untuk memastikan bahwa instrumen penelitian memiliki kesesuaian substantif, konstruktif, dan kebahasaan dengan tujuan penelitian. Aspek yang divalidasi oleh ahli geometri analitik bidang meliputi ketepatan konsep koordinat polar dan Kartesius, kesesuaian prosedur transformasi koordinat, kemungkinan munculnya strategi penyelesaian melalui representasi visual, simbolik, dan verbal, serta kemampuan soal dalam memunculkan variasi cara berpikir subjek ketika menentukan luas segitiga. Sementara itu, ahli pedagogi menilai keterbacaan redaksi soal, kejelasan instruksi, kesesuaian tingkat kesulitan dengan karakteristik mahasiswa calon guru matematika, dan potensi soal untuk mengungkap proses representasional serta keterpanduan kognitif selama pemecahan masalah. Hasil validasi menunjukkan bahwa

instrumen dinilai layak digunakan karena telah merepresentasikan konteks geometri analitik yang relevan dengan fokus penelitian, yaitu transformasi koordinat, plotting titik, visualisasi bangun, interpretasi relasi spasial, dan formulasi simbolik dalam menentukan luas segitiga. Meskipun demikian, beberapa revisi minor dilakukan berdasarkan masukan validator, terutama pada penyempurnaan redaksi soal agar tidak menimbulkan tafsir ganda, penegasan informasi koordinat yang diberikan, dan penyesuaian instruksi agar subjek memiliki ruang untuk menampilkan berbagai bentuk representasi secara alami. Pedoman wawancara semi-terstruktur kemudian disusun berdasarkan indikator representasi matematis dan kemungkinan strategi penyelesaian yang muncul dari jawaban tes, dengan pertanyaan generatif yang diarahkan untuk menggali alasan subjek memilih strategi tertentu, cara subjek mentransformasikan koordinat, pertimbangan dalam memplot titik, penggunaan atau pengabaian gambar, serta bagaimana representasi visual berperan dalam memandu, memverifikasi, atau mengoreksi proses berpikir subjek. Dengan demikian, proses validasi tidak hanya memastikan kelayakan teknis instrumen, tetapi juga memperkuat ketepatan instrumen dalam mengungkap keterkaitan antara representasi visual, representasi simbolik, dan keterampilan kognitif dalam pemecahan masalah luas segitiga.

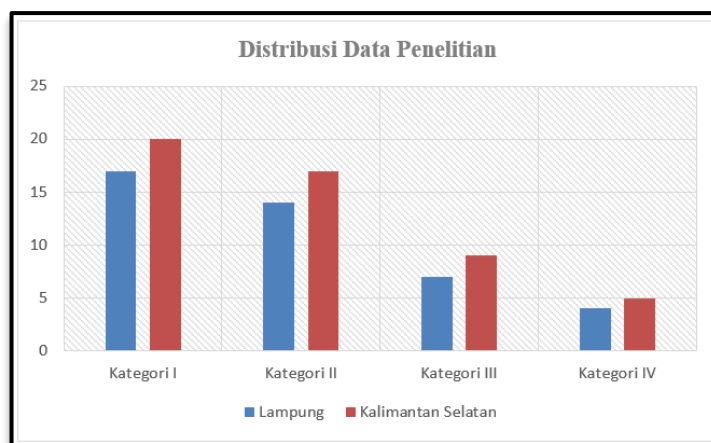
Luas Segitiga	Masalah Menemukan Luas Segitiga
Diberikan tiga titik koordinat $(5, 2\pi)$ , $(3, \pi)$ , dan $(4, -\frac{1}{2}\pi)$ .	
Ketiga titik koordinat tersebut dihubungkan satu sama lain sedemikian sehingga terbentuk suatu segitiga. Tentukan luas segitiga tersebut!	

**Gambar 1.** Soal tes masalah luas segitiga

Soal tes masalah luas segitiga pada Gambar 1 dikembangkan atas pertimbangan variasi representasi yang mungkin muncul dari subjek. Soal tes tersebut efektif untuk mengungkap representasi matematis karena memungkinkan mereka melibatkan representasi gambar, simbolik, ataupun verbal serta mengaktifkan skema konsep transformasi koordinat, jarak, dan luas segitiga jika diketahui tiga titik koordinat baik kartesius dan luas segitiga yang memuat garis tinggi ketika mereka memecahkan masalah. Selain itu, masalah menemukan luas segitiga yang diketahui berupa tiga titik dalam koordinat polar memiliki beberapa keunikan yang membuatnya lebih menantang dan menarik dibandingkan dengan soal luas segitiga biasa dalam koordinat kartesian. Hal ini karena akan memungkinkan perlu menerapkan strategi melihat dari sudut pandang yang berbeda yaitu dengan cara melakukan transformasi koordinat.

Data penelitian berupa lembar jawaban tes sebanyak 93 lembar dan hasil wawancara dari calon subjek kemudian dikategorikan menjadi empat kategori seperti pada Gambar 2. Kategori data didasari atas pelibatan representasi gambar, konsep transformasi koordinat, keterampilan kognitif. Kategori 1 tanpa melibatkan representasi gambar, salah transformasi koordinat, kognitif tidak terpandu. Kategori 2 melibatkan representasi gambar, salah transformasi dan plotting koordinat, dan terpandu kognitif. Kategori 3 tanpa melibatkan representasi gambar, transformasi koordinat benar, dan kognitif tidak terpandu. Kategori 4 melibatkan representasi gambar, transformasi benar, plotting koordinat, dan terpandu kognitif. Masing-masing mahasiswa calon guru matematika dari setiap kategori data dipilih sebagai subjek atas pertimbangan kelengkapan data yang diungkapkan dan dapat mewakili data calon

subjek lainnya. Tabel 2 menunjukkan jumlah mahasiswa calon guru matematika yang menjadi subjek yang dipilih dari sejumlah calon subjek yang terlibat dalam penelitian ini.



**Gambar 2.** Distribusi data penelitian

**Tabel 2.** Subjek dan calon subjek penelitian

Kategori Data	Calon Subjek	Subjek
Kategori 1	37	1
Kategori 2	31	2
Kategori 3	16	1
Kategori 4	9	1
Total	93	5

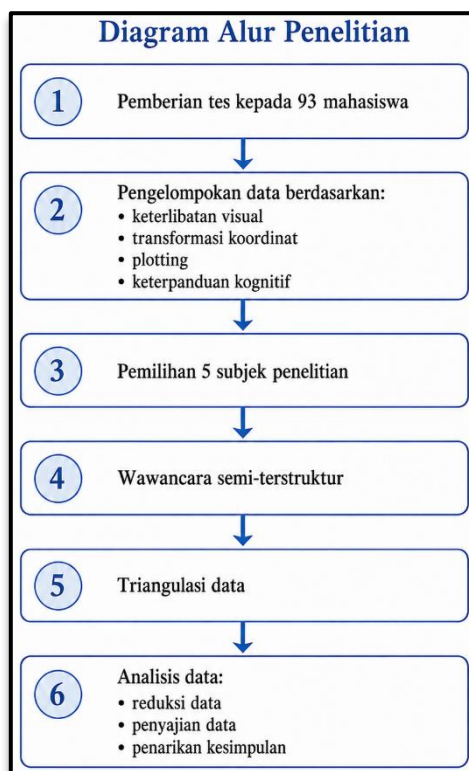
Kelima subjek penelitian ini yaitu subjek 1 (S1), subjek 2 (S2), subjek 3 (S3), subjek 4 (S4), dan subjek 5 (S5) (nama samaran). Selanjutnya, masing-masing subjek diwawancarai semi-terstruktur secara mendalam selama sekitar 17 menit yang dilakukan dengan segera sesaat setelah para subjek menyelesaikan tugas. Wawancara ini digunakan sebagai triangulasi untuk memperoleh data yang valid sebagaimana yang diungkapkan oleh Creswell (2018) dan protokol wawancara dengan pertanyaan generatif ini juga digunakan untuk investigasi representasi yang dimiliki subjek. Pada saat wawancara, semua tanggapan subjek direkam dalam bentuk video dengan bantuan tape recorder dan kemudian ditranskripsikan. Selanjutnya, peneliti melakukan validasi data dengan melakukan triangulasi metode dengan cara membandingkan data hasil jawaban tes, wawancara, transkripsi rekaman video, dan dokumen yang relevan. Selain itu, peneliti juga melakukan *member checking* dengan memberikan hasil wawancara kepada subjek untuk memastikan bahwa interpretasi peneliti sesuai dengan pengalaman mereka. Teknik ini telah terbukti efektif dalam penelitian kualitatif untuk meningkatkan validitas data.

Analisis data dalam penelitian ini melalui 3 tahap yaitu reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan (Creswell, 2018; Miles et al., 2016) berdasarkan indikator yang tertera di Tabel 3.

**Tabel 3.** Indikator representasi dan keterampilan kognitif

No.	Aspek	Deskripsi	Indikator	Keterbanduan Kognitif
1.	Representasi Verbal	Penyajian pemecahan masalah secara lisan atau tertulis	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah secara tertulis dengan benar</li> <li>✓ Mengungkapkan secara lisan pemecahan masalah dengan benar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Terpandu secara kognitif: apabila representasi visual yang dibuat digunakan secara bermakna untuk mengarahkan strategi, menafsirkan relasi spasial, menghubungkan struktur geometri dengan prosedur simbolik, serta memverifikasi rasionalitas solusi.</li> </ul>
		Penyajian pemecahan masalah dengan simbol matematika, rumus atau persamaan matematika, model matematika, atau ekspresi matematis	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah dengan melibatkan simbol matematika secara benar</li> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah dengan melibatkan rumus atau persamaan matematika secara benar</li> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah dengan melibatkan model matematika secara benar</li> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah dengan melibatkan ekspresi matematis secara benar</li> </ul>	
3.	Representasi Visual	Penyajian pemecahan masalah dengan gambar geometri, grafik fungsi, tabel, atau diagram	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah dengan melibatkan gambar geometri secara benar</li> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah dengan melibatkan grafik fungsi secara benar</li> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah dengan melibatkan tabel secara benar</li> <li>✓ Menyajikan pemecahan masalah dengan melibatkan diagram secara benar</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Tidak terpandu secara kognitif: apabila gambar tidak dibuat, gambar hanya bersifat dekoratif, atau representasi visual yang digunakan tidak membantu subjek dalam memilih strategi, memeriksa kesalahan, maupun mengoordinasikan prosedur penyelesaian dengan struktur geometri.</li> </ul>

Pada tahap reduksi data dilakukan pemilihan, pengkatagorian, dan pemfokusan pada eksplorasi karakteristik calon guru matematika dalam membangun, mentransformasikan, dan mengoordinasikan berbagai representasi matematis selama menentukan luas segitiga, khususnya peran representasi visual sebagai pemandu kognitif. Reduksi data dilakukan dengan cara memilih hal-hal pokok dan sekaligus mengabaikan beberapa data yang tidak berperan signifikan. Berdasarkan hasil reduksi, data kemudian disajikan berdasarkan katagori dan dilakukan penarikan kesimpulan. Secara ringkas kami sajikan diagram alur penelitian ini di Gambar 3.



Gambar 3. Diagram alur penelitian

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Temuan penelitian menunjukkan bahwa terdapat empat karakteristik utama representasi matematis yang digunakan oleh calon guru dalam menentukan luas segitiga. Keempat karakteristik tersebut merefleksikan variasi cara berpikir, strategi penyelesaian, serta kemampuan mengoordinasikan berbagai bentuk representasi selama proses pemecahan masalah. Karakteristik tersebut meliputi: (1) tanpa melibatkan representasi gambar, salah transformasi koordinat, kognitif tidak terpandu; (2) melibatkan representasi gambar, salah transformasi dan plotting koordinat, dan terpandu kognitif; (3) tanpa melibatkan representasi gambar, transformasi koordinat benar, dan kognitif tidak terpandu; (4) melibatkan representasi gambar, transformasi benar, plotting koordinat, dan terpandu kognitif. Variasi ini menunjukkan bahwa penggunaan representasi tidak bersifat homogen, melainkan sangat dipengaruhi oleh kualitas pemahaman prosedural dan konseptual dan strategi kognitif masing-masing subjek.

Selain itu, penelitian ini secara khusus mengungkapkan bahwa representasi visual (gambar) berfungsi sebagai penunjuk arah berpikir atau kompas kognitif dalam

proses pemecahan masalah. Representasi visual tidak hanya berperan sebagai alat bantu ilustratif, tetapi juga sebagai sarana untuk mengorganisasi informasi, mengidentifikasi relasi antar unsur, serta memverifikasi langkah-langkah penyelesaian. Subjek yang mampu memanfaatkan representasi visual secara bermakna cenderung menunjukkan proses berpikir yang lebih terstruktur dan reflektif. Ringkasan karakteristik representasi tersebut disajikan pada Tabel 4.

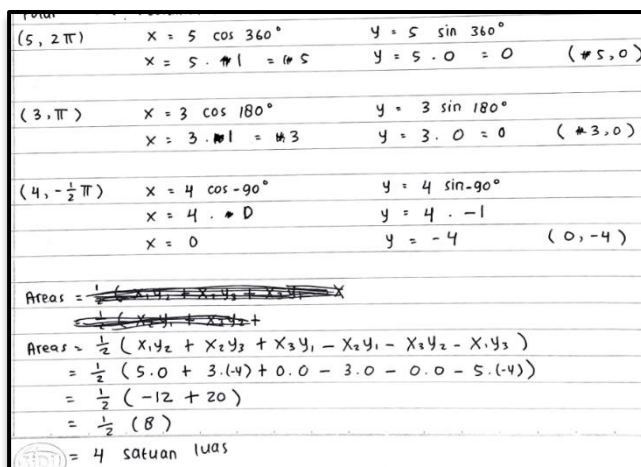
**Tabel 4.** Keterlibatan representasi gambar dan keterampilan kognitif

Karakteristik	Keterlibatan Representasi Gambar	Transformasi Koordinat	Ploting Koordinat	Keterpanduan Kognitif
1	Tidak Melibatkan	Salah	Tidak Memploting	Tidak Terpandu
2	Melibatkan	Salah	Ploting Salah	Terpandu
3	Tidak Melibatkan	Benar	Tidak Memploting	Tidak Terpandu
4	Melibatkan	Benar	Ploting Benar	Terpandu

Keempat karakteristik tersebut mencerminkan konstruksi pelibatan representasi dan keterampilan proses kognitif yang berbeda-beda. Karakteristik pertama dan ketiga menunjukkan rendahnya integrasi antar representasi, sedangkan karakteristik kedua dan keempat mencerminkan koordinasi yang lebih matang antara pemahaman konseptual dan bentuk penyajian solusi. Perbedaan ini memperlihatkan bahwa kualitas pemecahan masalah tidak hanya ditentukan oleh jenis representasi yang digunakan, tetapi juga oleh cara subjek memaknai dan mengelola representasi tersebut. Berikut adalah paparan, analisis, dan eksplorasi secara mendalam masing-masing dari karakteristik yang ditemukan.

**Karakteristik 1 oleh subjek 1**

Kategori pertama merepresentasikan subjek yang menyelesaikan masalah tanpa menggunakan bantuan visualisasi dan menghasilkan jawaban yang tidak tepat. Subjek dalam kategori ini cenderung mengandalkan prosedur simbolik dan perhitungan numerik secara langsung, tanpa melakukan verifikasi melalui representasi visual. Gambar 4 menampilkan jawaban subjek S1 yang termasuk dalam kategori tanpa melibatkan representasi gambar, salah transformasi koordinat, kognitif tidak terpandu.



**Gambar 4.** Jawaban S1

Berdasarkan analisis lembar jawaban, subjek menyelesaikan permasalahan penentuan luas segitiga dengan terlebih dahulu melakukan transformasi koordinat dari koordinat polar ke Kartesius. Proses ini dilakukan dengan menggunakan rumus  $x = r \cos \theta$  dan  $y = r \sin \theta$ . Subjek menunjukkan pemahaman terhadap konsep dasar transformasi koordinat dengan mengonversi tiga titik secara sistematis. Hasil konversi menghasilkan tiga titik Kartesius, yaitu (5,0), (3,0), dan (0,-4), yang kemudian digunakan sebagai dasar perhitungan selanjutnya, meskipun pada transformasi koordinat (3,  $\pi$ ) terjadi kesalahan pada absis, karena hasil transformasinya harusnya -3 bukan 3 (Gambar 4 yang ditandai warna merah). Setelah memperoleh koordinat titik-titik tersebut, subjek melanjutkan penyelesaian dengan menggunakan rumus determinan untuk menentukan luas segitiga. Subjek menuliskan rumus luas segitiga secara lengkap dan melakukan substitusi nilai koordinat dengan urutan yang konsisten. Proses manipulasi aljabar dilakukan secara runtut, menunjukkan bahwa subjek telah menguasai prosedur formal dalam perhitungan luas segitiga berbasis koordinat. Tahapan-tahapan ini mencerminkan adanya kemampuan berpikir analitik dalam mengaplikasikan konsep matematika.

Meskipun demikian, berdasarkan jawaban yang tertera di Gambar 4, tampak bahwa subjek tidak melibatkan gambar sehingga tidak ada bantuan yang dapat memandu kognitif subjek agar jawaban lebih rasional dan tepat. Hal ini dikonfirmasi dalam wawancara berikut oleh peneliti.

R : Apakah solusi yang Anda tuliskan sudah benar dan rasional?

SI : Hmm..., sepertinya belum Pak.

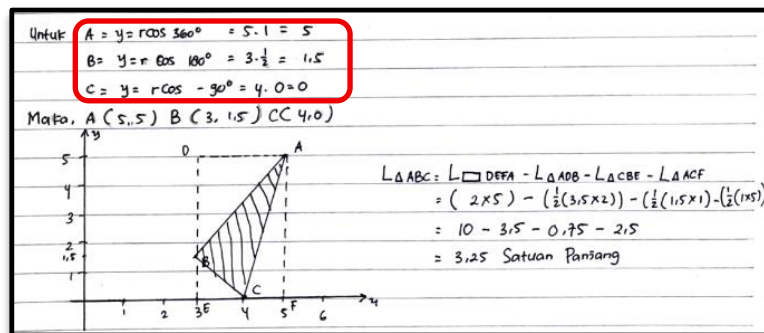
R : Mengapa?

SI : Karena saya tidak sempat memploting dan menggambar segitiganya Pak. Jika saya gambar mungkin akan lebih membantu pemikiran saya.

Selama proses penyelesaian, subjek tidak menyertakan gambar, sketsa, maupun visualisasi bidang koordinat untuk merepresentasikan posisi titik-titik dan bentuk segitiga yang terbentuk. Ketiadaan representasi visual menyebabkan subjek tidak memiliki sarana untuk memverifikasi kewajaran hasil perhitungan secara geometris. Penyelesaian sepenuhnya didasarkan pada manipulasi simbol dan prosedur numerik, tanpa dukungan pemahaman spasial. Akibatnya, kesalahan perhitungan tidak terdeteksi sejak awal.

### Karakteristik 2 oleh subjek 2 dan 3

Subjek dalam subkategori ini menunjukkan upaya untuk melibatkan representasi visual dalam proses pemecahan masalah, namun belum menghasilkan jawaban yang tepat. Gambar 5 menampilkan jawaban Subjek 2 yang masuk dalam kategori ini.



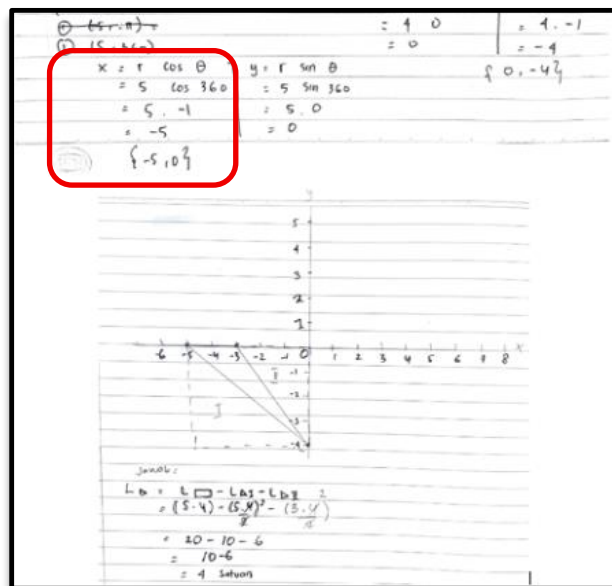
Gambar 5. Jawaban S2

Subjek S2 pada kategori ini menunjukkan upaya yang cukup jelas dalam melibatkan representasi visual selama proses pemecahan masalah, meskipun belum menghasilkan jawaban yang tepat. Pada tahap awal, subjek terlebih dahulu mentransformasi koordinat polar ke kartesius namun terjadi miskonsepsi transformasi (Gambar 5 yang ditandai warna merah). Kesalahan konsep transformasi berdampak pada kesalahan plotting titik-titik hasil transformasi sehingga menghasilkan visualisasi segitiga yang tidak sesuai. Setelah memperoleh nilai koordinat, subjek memplot titik-titik tersebut pada sistem koordinat dan menghubungkannya sehingga membentuk segitiga. Untuk memperjelas struktur bangun, subjek menambahkan garis bantu vertikal dan horizontal yang membentuk sebuah persegi panjang sebagai bangun pendukung di sekitar segitiga utama. Selain itu, daerah segitiga yang menjadi fokus perhitungan ditandai dengan arsiran, menunjukkan perhatian subjek terhadap bangun yang akan dihitung luasnya. Keterpanduan kognitif subjek menambahkan garis bantu vertikal dan horizontal yang membentuk sebuah persegi panjang akibat subjek memvisualisasikan segitiga sebagaimana yang terungkap pada cuplikan wawancara berikut.

- R : Kapan Anda menambahkan garis bantu vertikal dan horizontal yang membentuk sebuah persegi panjang ini (sambil menunjuk ke jawaban subjek)?*
- S2 : Setelah saya menggambar segitiga berdasarkan plotting titik-titik koordinatnya Pak.*
- R : Mengapa Anda menambahkan itu?*
- S2 : Agar saya bisa menghitung luas segitiga yang diarsir Pak.*

Selanjutnya, dalam menentukan luas segitiga, subjek menerapkan strategi pengurangan luas bangun. Subjek terlebih dahulu menghitung luas persegi panjang sebagai luas keseluruhan, kemudian mengurangkan luas beberapa segitiga kecil yang berada di sekitarnya. Hubungan antarbangun tersebut dituliskan dalam bentuk simbolik sebagai selisih antara luas persegi panjang dan luas bangun-bangun pendukung yang mencerminkan upaya subjek dalam mengintegrasikan representasi visual dengan perhitungan matematis. Hal ini menunjukkan bahwa, meskipun subjek telah mentransformasi koordinat untuk memudahkan plotting dan menggambar segitiga di koordinat kartesius luas segitiga yang ditemukan masih belum sesuai akibat kesalahan awal yang dilakukan yaitu miskonsepsi transformasi koordinat.

Temuan pada subjek S2 kemudian dilengkapi dengan hasil analisis terhadap subjek S3, yang juga memanfaatkan representasi visual namun dengan pendekatan penyelesaian yang berbeda yang disajikan pada Gambar 6.



Gambar 6. Jawaban S3

Subjek S3 memulai penyelesaian dengan menuliskan pasangan koordinat polar yang diberikan, yaitu  $(5, 2\pi)$ ,  $(3, \pi)$ , dan  $(4, -\frac{1}{2}\pi)$ . Selanjutnya, subjek mengubah nilai sudut dari bentuk radian ke derajat dengan menuliskan bahwa  $2\pi$  sama dengan  $360^\circ$ ,  $\pi$  sama dengan  $180^\circ$ , dan  $-\frac{1}{2}\pi$  sama dengan  $-90^\circ$ . Setelah melakukan konversi sudut, subjek menentukan koordinat kartesius masing-masing titik dengan menggunakan nilai cosinus dan sinus. Untuk titik  $(3; 180^\circ)$ , subjek menuliskan  $x = 3 \cos 180^\circ = -3$  dan  $y = 3 \sin 180^\circ = 0$ , sehingga diperoleh titik  $(-3, 0)$ . Untuk titik  $(4; -90^\circ)$ , subjek menuliskan  $x = 4 \cos(-90^\circ) = 0$  dan  $y = 4 \sin(-90^\circ) = -4$ , sehingga diperoleh titik  $(0, -4)$ . Untuk titik  $(5; 360^\circ)$ , subjek menuliskan  $x = 5 \cos 360^\circ = -5$  dan  $y = 5 \sin 360^\circ = 0$ , sehingga diperoleh titik  $(5, 0)$ . Berdasarkan hasil perhitungan tersebut, subjek menyimpulkan bahwa koordinat Kartesius yang diperoleh adalah  $(-3, 0)$ ,  $(0, -4)$ , dan  $(5, 0)$ . Pada tahap ini, subjek hampir benar dalam mentransformasi semua koordinat polar tersebut, hanya saja ada satu titik yang salah dan berdampak besar pada akhir penyelesaian masalah. Kesalahan ini terjadi pada transformasi koordinat  $x = 5 \cos 360^\circ = -5$  dan  $y = 5 \sin 360^\circ = 0$ , sehingga diperoleh titik  $(-5, 0)$ , seharusnya  $(5, 0)$  (Gambar 6 yang ditandai warna merah).

Selanjutnya, subjek menggambarkan ketiga titik tersebut pada bidang Kartesius. Pada gambar terlihat sumbu- $x$  dan sumbu- $y$  beserta skala bilangan. Subjek memplot titik-titik sesuai dengan koordinat yang diperoleh, kemudian menghubungkannya sehingga membentuk segitiga. Setelah menggambar segitiga, subjek menambahkan garis bantu vertikal dan horizontal yang membentuk sebuah persegi panjang sebagai bangun pendukung di sekitar segitiga utama dan terdapat 2 bangun segitiga lainnya. Berdasarkan perilaku yang diungkapkan oleh S3, peneliti mendalami keterkaitan gambar yang dituangkan dengan hasil yang diperoleh melalui wawancara berikut.

R : *Kapan Anda menambahkan garis bantu vertikal dan horizontal yang membentuk sebuah persegi panjang dan dua segitiga ini (sambil menunjuk ke jawaban subjek)?*

S3 : *Setelah saya menggambar segitiga berdasarkan plotting titik-titik koordinatnya Pak.*

*R : Mengapa Anda menambahkan itu?  
S3 : Agar saya bisa menghitung luas segitiga yang mau ditemukan Pak.*

Selanjutnya, dalam menentukan luas segitiga, subjek menerapkan strategi pengurangan luas bangun. Subjek terlebih dahulu menghitung luas persegi panjang sebagai luas keseluruhan, kemudian mengurangkan luas beberapa segitiga kecil yang berada di sekitarnya. Hubungan antarbangun tersebut dituliskan dalam bentuk simbolik sebagai selisih antara luas persegi panjang dan luas bangun-bangun pendukung yang mencerminkan upaya subjek dalam mengintegrasikan representasi visual dengan perhitungan matematis. Hal ini menunjukkan bahwa, meskipun subjek telah mentransformasi koordinat untuk memudahkan plotting dan menggambar segitiga di koordinat kartesius luas segitiga yang ditemukan masih belum sesuai akibat kesalahan awal yang dilakukan yaitu miskonsepsi transformasi koordinat sebagaimana yang dilakukan oleh S2.

**Karakteristik 3 oleh subjek 4**

Kategori ini menggambarkan subjek yang mampu menyelesaikan permasalahan penentuan luas segitiga secara tepat tanpa melibatkan representasi visual berupa gambar atau sketsa pada bidang Kartesius. Subjek dalam kategori ini mengandalkan representasi simbolik dan kemampuan analitik dalam melakukan transformasi koordinat serta perhitungan luas. Proses penyelesaian sepenuhnya dilakukan melalui manipulasi aljabar dan prosedur matematis yang sistematis. Contoh jawaban subjek pada kategori ini ditunjukkan pada Gambar 7.

$(5, 2\pi)$	$(3, \pi)$	$(4, -\frac{1}{2}\pi)$
$x = r \cos \theta$	$x = r \cos \theta$	$x = r \cos \theta$
$= 5 \cos 360^\circ$	$= 3 \cos 180^\circ$	$= 4 \cos (-90^\circ)$
$= 5$	$= 3 \cdot (-1)$	$= 0$
	$= -3$	
$y = r \sin \theta$		$y = r \sin \theta$
$= 5 \sin 360^\circ$	$= 3 \sin 180^\circ$	$= 4 \sin (-90^\circ)$
$= 0$	$= 3 \cdot 0$	$= 4 \cdot (-1)$
	$= 0$	$= -4$
$(5, 0)$	$(-3, 0)$	$(0, -4)$
$\text{luas area} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -3 & 0 \\ 0 & -4 \end{vmatrix}$		
$= \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot (-3) \cdot (-4)) - (1 \cdot 0 \cdot 0 + 0 \cdot (-4) \cdot 5 + (-3) \cdot 0 \cdot 1)$		
$= \frac{1}{2} (12 + 20)$		
$= 16 \text{ satuan luas}$		

**Gambar 7.** Jawaban S4

S4 memulai penyelesaian dengan menentukan koordinat Kartesius dari titik-titik yang diberikan dalam bentuk polar. Subjek menghitung nilai komponen x dan y masing-masing titik dengan menggunakan rumus  $x = r \cos \theta$  dan  $y = r \sin \theta$ . Untuk titik  $(5; 2\pi)$ , subjek menuliskan perhitungan  $x = 5 \cos 360^\circ = 5$  dan  $y = 5 \sin 360^\circ = 0$ , sehingga diperoleh titik  $(5,0)$ . Untuk titik  $(3; \pi)$ , subjek menuliskan  $x = 3 \cos 180^\circ = -3$  dan  $y = 3 \sin 180^\circ = 0$ , sehingga diperoleh titik  $(-3,0)$ . Untuk titik  $(4; -\frac{1}{2}\pi)$ , subjek menuliskan  $x = 4 \cos(-90^\circ) = 0$  dan  $y = 4 \sin(-90^\circ) = -4$ , sehingga diperoleh titik  $(0, -4)$ . Setelah memperoleh koordinat ketiga titik, subjek menuliskan hasilnya secara berurutan sebagai  $(5,0)$ ,  $(-3,0)$ , dan

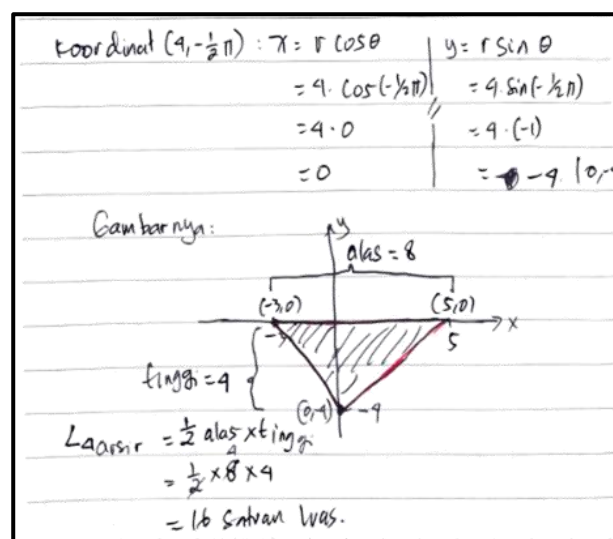
(0, -4). Subjek tidak membuat gambar atau sketsa pada bidang Kartesius, melainkan langsung melanjutkan penyelesaian dengan menggunakan pendekatan simbolik. Pada tahap berikutnya, subjek menentukan luas segitiga dengan menggunakan metode determinan. Subjek menuliskan “Luas area =  $\frac{1}{2}$ ” dan menyusun matriks sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 1 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, subjek mengembangkan determinan tersebut dengan menuliskan hasil perkalian dan pengurangannya secara rinci, yaitu  $Luas\ area = \frac{1}{2} \{ (5 \cdot 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 \cdot 0 + 1 \cdot (-3) \cdot (-4)) - (1 \cdot 0 \cdot 0 + 5 \cdot 1 \cdot (-4) + (-3) \cdot 0 \cdot 1) \}$ . Hasil perhitungan tersebut kemudian disederhanakan menjadi  $\frac{1}{2} (12 + 20)$ . Pada tahap akhir, subjek menuliskan hasil perhitungan sebagai 16 satuan luas. Nilai ini kemudian ditetapkan sebagai luas segitiga yang diminta dalam soal. Sepanjang proses penyelesaian, subjek S4 tidak menggunakan representasi gambar atau visualisasi geometris. Seluruh langkah penyelesaian dilakukan melalui perhitungan simbolik dan manipulasi aljabar, mulai dari transformasi koordinat hingga penentuan luas dengan metode determinan. Proses tersebut dituliskan secara runtut dan sistematis, sehingga menghasilkan jawaban yang benar.

#### Karakteristik 4 oleh subjek 5

Kategori ini menggambarkan subjek yang mampu melibatkan representasi visual secara efektif dan menghasilkan jawaban yang benar dalam menentukan luas segitiga. Subjek pada kategori ini tidak hanya menggunakan gambar sebagai ilustrasi, tetapi memanfaatkannya sebagai alat utama dalam menyusun strategi penyelesaian, memverifikasi langkah-langkah perhitungan, dan memastikan ketepatan hasil akhir. Representasi visual dikombinasikan secara konsisten dengan representasi simbolik dan numerik, sehingga proses pemecahan masalah berlangsung secara terstruktur dan sistematis. Contoh jawaban subjek pada kategori ini ditunjukkan pada Gambar 8, yang memuat lembar jawaban subjek S5.



Gambar 8. Jawaban S5

S5 memulai penyelesaian dengan menentukan koordinat Kartesius dari titik-titik yang diberikan melalui perhitungan trigonometri. Subjek menghitung nilai komponen  $x$  dan  $y$  masing-masing titik menggunakan fungsi cosinus dan sinus. Untuk titik  $(5, 2\pi)$ , subjek menuliskan  $x = 5 \cos 360^\circ = 5$  dan  $y = 5 \sin 360^\circ = 0$ , sehingga diperoleh koordinat kartesius  $(5, 0)$ . Untuk titik  $(3, \pi)$ , subjek menuliskan  $x = 3 \cos 180^\circ = -3$  dan  $y = 3 \sin 180^\circ = 0$ , sehingga diperoleh koordinat kartesius  $(-3, 0)$ . Untuk titik  $(4, -\frac{1}{2}\pi)$ , subjek menuliskan  $x = 4 \cos(-90^\circ) = 0$  dan  $y = 4 \sin(-90^\circ) = -4$ , sehingga diperoleh koordinat kartesius  $(0, -4)$ .

Setelah memperoleh koordinat titik-titik tersebut, subjek memploting di koordinat kartesius dengan benar. Selanjutnya, subjek menghubungkan ketiga titik tersebut sehingga membentuk segitiga. Selain itu, subjek menyertakan tulisan alas dan tinggi disekitar gambar segitiga yang dihasilkan. Pada pagian ini, peneliti menggali keterampilan kognitif S5 lebih dalam melalui wawancara berikut.

*R : Kapan Anda menambahkan keterangan alas pada segitiga ini (sambil menunjuk ke jawaban subjek)?*

*S5 : Setelah saya menggambar segitiga berdasarkan plotting titik-titik koordinatnya Pak, saya pikir ini adalah alas segitiga (sambil menunjuk ruas garis dari titik  $(-3, 0)$  hingga  $(5, 0)$ ) dan ini tinggi (sambil menunjuk ruas garis dari titik  $(0, 0)$  hingga  $(0, -4)$ ).*

*R : Mengapa Anda yakin itu adalah alas dan tingginya?*

*S5 : karena digambar ini titik-titiknya ada disumbu kartesius dan sumbu kartesius itu kan tegak lurus, jadi ini adalah segitiga yang sudah memiliki garis tinggi, karena tegak lurus dengan alasnya.*

Berdasarkan cuplikan wawancara tersebut, tampak bahwa S5 dengan jelas mengungkapkan keterampilan kognitifnya atas dasar pelibatan representasi visual dari segitiga yang digambar. S5 kemudian menghitung luas segitiga dengan menggunakan rumus  $L = \frac{1}{2} x \text{ alas} x \text{ tinggi}$  dan menemukan luas segitiga sebesar 16 satuan luas dengan benar. Hasil perhitungan tersebut kemudian ditetapkan sebagai luas segitiga yang diminta. Sepanjang proses penyelesaian, subjek S5 secara konsisten menggabungkan perhitungan simbolik dengan representasi visual. Gambar digunakan sebagai dasar dalam menentukan panjang sisi, tinggi, serta hubungan antarbangun, sehingga mendukung ketepatan perhitungan yang dilakukan.

Temuan penelitian yang mengidentifikasi empat tipe representasi calon guru matematika, yaitu 1) tidak melibatkan representasi visual, salah transformasi koordinat, tidak memploting titik koordinat, dan kognitif tidak terpandu, 2) melibatkan representasi visual, salah transformasi koordinat, salah memploting titik koordinat, dan kognitif terpandu, 3) tidak melibatkan representasi visual, transformasi koordinat benar, tidak memploting titik koordinat, dan kognitif tidak terpandu, dan 4) melibatkan representasi visual, transformasi transformasi koordinat benar, memploting titik koordinat, dan kognitif terpandu. Variasi ini mengindikasikan bahwa keberhasilan dalam menentukan luas segitiga tidak hanya ditentukan oleh penguasaan prosedur matematis, tetapi juga oleh kemampuan mengelola, menginterpretasi, dan mengintegrasikan berbagai bentuk representasi secara bermakna. Hal ini memperkuat pandangan bahwa representasi berperan sebagai fondasi utama dalam membangun struktur kognitif matematis (Mainali, 2020). Hasil penelitian ini sejalan dengan pandangan Mainali (2020) yang menegaskan bahwa representasi merupakan

konfigurasi tanda, diagram, simbol, dan proses mental yang saling berinteraksi dalam membangun pemahaman matematis. Pemahaman yang bermakna hanya dapat terbentuk apabila peserta didik mampu menerjemahkan informasi secara fleksibel antar-modus representasional. Dalam konteks penelitian ini, subjek pada kategori pertama dan kedua menunjukkan keterbatasan dalam melakukan translasi tersebut, sehingga informasi matematis yang diperoleh belum terintegrasi secara utuh dalam struktur kognitif mereka.

Pada kategori pertama, subjek menyelesaikan masalah tanpa menggunakan representasi visual dan menghasilkan jawaban yang tidak tepat. Meskipun subjek menunjukkan kemampuan prosedural yang cukup baik dalam melakukan transformasi koordinat dan perhitungan determinan, ketiadaan visualisasi menyebabkan proses monitoring dan refleksi terhadap hasil tidak berlangsung secara optimal. Temuan ini selaras dengan hasil penelitian Supriadi & Ningsih (2022) dan Jitendra & Woodward (2019) yang menunjukkan bahwa pemecah masalah yang hanya mengandalkan simbol sering mengalami kesulitan dalam memverifikasi kewajaran solusi secara konseptual. Tanpa dukungan visual, proses berpikir cenderung bersifat mekanistik dan rentan terhadap kesalahan aritmetika. Kondisi ini juga sejalan dengan temuan Lathifaturrahmah et al. (2023) yang menunjukkan bahwa subjek yang hanya menggunakan sebagian informasi grafik tanpa mengintegrasikan pola dan pengalaman sebelumnya cenderung menghasilkan prediksi yang kurang valid dan kurang argumentatif.

Kategori kedua memperlihatkan bahwa keterlibatan representasi gambar tidak secara otomatis menjamin ketepatan solusi. Subjek S2 dan S3 telah menggunakan gambar sebagai bagian dari proses penyelesaian, namun belum mampu memanfaatkan gambar tersebut sebagai alat analisis dan verifikasi. Temuan ini selaras dengan hasil penelitian Jitendra & Woodward (2019) yang menunjukkan bahwa penggunaan gambar dalam pemecahan masalah tidak selalu meningkatkan keberhasilan apabila representasi tersebut tidak bersifat diagramatik dan tidak merepresentasikan relasi struktural masalah secara tepat. Gambar lebih berfungsi sebagai ilustrasi awal daripada sebagai alat berpikir. Fenomena ini juga mengonfirmasi temuan Maria et al. (2021) dan Žakelj & Klančar (2022) yang menunjukkan bahwa banyak peserta didik gagal mengekstraksi informasi penting dari diagram, sehingga representasi visual tidak berkontribusi secara signifikan terhadap pemodelan matematis. Keterbatasan pada kategori kedua dapat dijelaskan melalui temuan Ünal et al. (2023) yang menunjukkan bahwa representasi visual hanya berkontribusi terhadap penalaran matematis apabila merepresentasikan relasi struktural masalah secara sistematis. Representasi yang bersifat tidak terorganisasi dan tidak mencerminkan hubungan konseptual inti cenderung gagal mendukung proses analisis dan verifikasi. Dalam penelitian ini, subjek kategori kedua belum mampu mengintegrasikan representasi visual dengan penalaran matematis secara konsisten, sehingga gambar yang digunakan belum berfungsi sebagai alat regulasi kognitif dalam pemecahan masalah. Sebaliknya, keberhasilan subjek pada kategori ketiga dan keempat menunjukkan bahwa kualitas representasi lebih menentukan dibandingkan jenis representasi itu sendiri. Subjek pada kategori ketiga mampu menghasilkan jawaban yang benar tanpa menggunakan gambar karena memiliki representasi internal yang matang. Mereka mampu membangun model mental yang stabil, mengelola simbol secara sistematis, serta melakukan refleksi prosedural secara mandiri (Rumite et al., 2023). Temuan ini sejalan dengan hasil penelitian Hegarty (2004) dan Rumite et al. (2023) yang menyatakan bahwa

visualisasi internal yang berkembang dengan baik memungkinkan individu memecahkan masalah secara efektif dengan meminimalkan ketergantungan pada representasi eksternal, karena representasi internal dan eksternal berinteraksi secara dinamis dalam proses berpikir.

Pada kategori keempat, subjek menunjukkan kemampuan tertinggi dalam mengoordinasikan representasi internal dan eksternal. Gambar digunakan sebagai dasar dalam menyusun strategi, menentukan relasi antarbangun, dan memverifikasi hasil perhitungan. Representasi visual berfungsi sebagai sarana regulasi kognitif yang membantu subjek mengontrol alur berpikirnya. Temuan ini sejalan dengan Haranti et al. (2025) dan Hatisaru (2022) yang menunjukkan bahwa representasi visual dapat membantu peserta didik membangun pemodelan matematis yang bermakna apabila digunakan secara terarah dan reflektif. Temuan ini juga konsisten dengan prinsip yang dikemukakan oleh NCTM (2000) yang hingga kini masih relevan dan diperkuat oleh penelitian kontemporer Supriadi & Ningsih (2022). Representasi yang digunakan secara reflektif memungkinkan peserta didik mengorganisasi ide, membangun koneksi konseptual, dan mengembangkan argumentasi matematis yang koheren. Lebih lanjut, hasil penelitian ini menguatkan pandangan Lesh, Post, dan Behr mengenai fleksibilitas berpindah antar-modus representasional sebagai indikator kematangan konseptual, yang juga ditegaskan kembali oleh English & Kirshner (2015).

Subjek pada kategori ketiga dan keempat menunjukkan kemampuan berpindah secara produktif antara representasi simbolik, visual, dan numerik. Temuan ini selaras dengan hasil penelitian Lathifaturrahmah et al. (2024) yang menunjukkan bahwa subjek yang mampu mengoordinasikan berbagai bentuk representasi secara konsisten memiliki kualitas inferensi dan kesimpulan yang lebih baik dalam pemecahan masalah prediktif. Sebaliknya, subjek pada kategori pertama dan kedua masih mengalami miskoneksi representasional. Miskoneksi representasional ini berdampak langsung terhadap kualitas pemecahan masalah. Ketika hubungan antar-representasi tidak terbentuk secara koheren, peserta didik cenderung mengandalkan prosedur mekanistik tanpa pemahaman konseptual yang mendalam.

Dari perspektif pedagogis, temuan penelitian ini menegaskan pentingnya penguatan literasi representasional dalam pendidikan calon guru matematika. Literasi representasional tidak hanya mencakup kemampuan menggambar atau menggunakan simbol, tetapi juga melibatkan kemampuan melakukan abstraksi, pemodelan, penalaran, dan verifikasi. Hal ini sejalan dengan penelitian Muhtarom et al. (2019) yang menunjukkan bahwa pembelajaran berbasis multi-representasi yang disertai aktivitas reflektif mampu meningkatkan kualitas pemecahan masalah dan pemahaman konseptual mahasiswa. Selain itu, penguatan kompetensi representasional juga berkontribusi terhadap pembentukan identitas profesional calon guru. Dengan demikian, pengembangan kompetensi ini memiliki implikasi jangka panjang terhadap kualitas pendidikan matematika.

## **SIMPULAN DAN SARAN**

Berdasarkan hasil analisis, penelitian ini menunjukkan bahwa karakteristik representasi matematis calon guru matematika dalam menyelesaikan masalah penemuan luas segitiga berbasis koordinat polar ditentukan oleh kualitas koordinasi antara representasi visual, simbolik, dan verbal selama proses pemecahan masalah. Proses tersebut tampak pada kemampuan subjek dalam mentransformasikan koordinat polar ke Kartesius, melakukan plotting titik, menafsirkan relasi spasial, serta memilih

dan memformulasikan prosedur simbolik yang sesuai untuk menentukan luas segitiga. Temuan penelitian menegaskan bahwa representasi visual berperan sebagai pemandu kognitif apabila digunakan secara bermakna untuk mengorganisasi informasi, mengarahkan strategi penyelesaian, mengontrol alur penalaran, dan memverifikasi kewajaran solusi; sebaliknya, visualisasi yang tidak terintegrasi dengan penalaran simbolik belum cukup menjamin ketepatan pemecahan masalah.

Secara konseptual, penelitian ini memperluas kajian representasi matematis dengan menempatkan representasi visual sebagai instrumen epistemik yang berperan dalam mengarahkan transformasi koordinat, membangun interpretasi spasial, dan memvalidasi prosedur simbolik pada penyelesaian masalah geometri. Temuan penelitian ini menegaskan bahwa keberhasilan calon guru matematika dalam menentukan luas segitiga tidak hanya bergantung pada akurasi prosedural, tetapi juga pada kemampuan mengoordinasikan representasi visual, simbolik, dan spasial secara koheren selama proses pemecahan masalah. Dengan demikian, penelitian ini menawarkan kerangka konseptual untuk mengidentifikasi keterampilan kognitif calon guru matematika melalui empat indikator representasional, yaitu keterlibatan visual, ketepatan transformasi koordinat, ketepatan plotting titik, dan konsistensi integrasi antara struktur visual dengan formulasi simbolik.

Berdasarkan simpulan tersebut, pembelajaran pada program pendidikan calon guru matematika perlu menekankan penguatan kompetensi representasional secara terintegrasi. Mahasiswa perlu dibekali kemampuan untuk mengoordinasikan representasi visual, simbolik, numerik, dan verbal secara reflektif dan sistematis dalam proses pemecahan masalah. Oleh karena itu, dosen disarankan untuk merancang pembelajaran berbasis multi-representasi yang mendorong refleksi, analisis kesalahan, dan verifikasi solusi. Selain itu, sistem penilaian pembelajaran sebaiknya tidak hanya berorientasi pada hasil akhir, tetapi juga mempertimbangkan kualitas proses berpikir representasional mahasiswa. Penelitian selanjutnya diharapkan dapat mengkaji perkembangan kompetensi representasional calon guru secara lebih mendalam serta mengaitkannya dengan aspek metakognitif dan afektif dengan menggunakan lebih banyak jenis soal geometri agar temuan tidak hanya bergantung pada satu masalah luas segitiga. Pendekatan tersebut diharapkan dapat memberikan pemahaman yang lebih komprehensif mengenai faktor-faktor yang memengaruhi keberhasilan pemecahan masalah matematis dan mendukung pengembangan profesionalisme calon guru di masa depan

#### **UCAPAN TERIMA KASIH**

Kami mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua peserta yang bersedia menjadi subjek dan calon subjek dalam penelitian ini. Kami juga ingin mengucapkan terima kasih kepada para pemimpin di dua Universitas di Provinsi Lampung dan Kalimantan Selatan atas dukungan dan motivasi dalam memastikan pelaksanaan penelitian ini berjalan lancar.

#### **DAFTAR PUSTAKA**

Adu-Gyamfi, K., & Bossé, M. J. (2014). Processes and Reasoning in Representations of Linear Functions. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(1), 167–192. <https://doi.org/10.1007/s10763-013-9416-x>

- Astuti, E. P. (2017). Representasi Matematis Mahasiswa Calon Guru dalam Menyelesaikan Masalah Matematika. *Beta Jurnal Tadris Matematika*, 10(1), 70. <https://doi.org/10.20414/betajtm.v10i1.100>
- Bal, A. P. (2014). The Examination of Representations used by Classroom Teacher Candidates in Solving Mathematical Problems. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14(6), 2349–2366. <https://doi.org/10.12738/estp.2014.6.2189>
- Creswell, J. W. (2018). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. Los Angeles: Sage publications.
- English, L. D., & Kirshner, D. (Eds.). (2015). *Handbook of International Research in Mathematics Education*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203448946>
- Faruq, A., Yuwono, I., & Chandra, T. D. (2016). Representasi (eksternal-internal) pada penyelesaian masalah matematika. *Jurnal Review Pembelajaran Matematika*, 1(2), 149–162.
- Fitrianna, A. Y., Dinia, S., Mayasari, & Nurhafifah, A. Y. (2018). Kemampuan Representasi Matematis dan Kemampuan Pembuktian Matematika. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 3(1), 46–56. <https://doi.org/10.23917/jramathedu.v3i1.5872>
- Goldin, G. A. (1998). Representational Systems, Learning, and Problem Solving in Mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137–165. [https://doi.org/10.1016/s0364-0213\(99\)80056-1](https://doi.org/10.1016/s0364-0213(99)80056-1)
- Haranti, M. R., Sari, N., & Sukmaningthias, N. (2025). Kemampuan Representasi Matematis Siswa Kelas VIII pada Problem- Based Learning Ditinjau dari Kemandirian Belajar. 7(2), 437–450. <https://doi.org/10.31851/indiktika.v7i2.18389>
- Hatisaru, V. (2022). *The use of representations in solving mathematical problems*.
- Hegarty, M. (2004). Diagrams in the Mind and in the World: Relations between Internal and External Visualizations. *International Conference on Theory and Application of Diagrams*, 1–13.
- Jitendra, A. K., & Woodward, J. (2019). The Role of Visual Representations in Mathematical Word Problems. In *Cognitive Foundations for Improving Mathematical Learning* (pp. 269–294). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815952-1.00011-6>
- Johnson, R. B., & Christensen, L. (2020). *Education Reserach: Quantitative, Qualitative, and Mixed Approahes*. SAGE.
- Khairunnisak, C., Johar, R., Morina Zubainur, C., & Sasalia, P. (2021). Learning Trajectory of Algebraic Expression: Supporting Students' Mathematical Representation Ability. *Mathematics Teaching Research Journal*, 13(4), 27–41.
- Lathifaturrahmah, L., Nusantara, T., Subanji, S., & Muksar, M. (2023). Predictive reasoning of senior high school students in handling COVID-19 data. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(4). <https://doi.org/10.29333/EJMSTE/13110>
- Lathifaturrahmah, L., Nusantara, T., Subanji, S., & Muksar, M. (2024). *Analysis of mathematics students' problem-solving skills in making prediction mathematical representations*. 030010. <https://doi.org/10.1063/5.0195480>
- Mainali, B. (2020). Representation in Teaching and Learning Mathematics. *International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology*, 9(1), 1–21. <https://doi.org/10.46328/ijemst.1111>

- Maria, W., Tamba, M., Sembiring, R. K., Matematika, P., Katolik, U., & Thomas, S. (2021). Kemampuan Representasi Matematis Siswa Ditinjau dari Level Teori Belajar Van Hiele Pada Materi Segiempat. 4(1), 15–24. <https://doi.org/10.31851/indiktika.v4i1.6420>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2016). Qualitative Data Analysis. *Nursing Standard (Royal College of Nursing (Great Britain))* : 1987), 30(25), 33. <https://doi.org/10.7748/ns.30.25.33.s40>
- Montenegro, P., Costa, C., & Lopes, B. (2018). Transformations in the Visual Representation of a Figural Pattern. *Mathematical Thinking and Learning*, 20(2), 91–107. <https://doi.org/10.1080/10986065.2018.1441599>
- Muhtarom, M., Nizaruddin, N., Nursyahidah, F., & Happy, N. (2019). The Effectiveness Of Realistic Mathematics Education To Improve Students' Multi-Representation Ability. *Infinity Journal*, 8(1), 21. <https://doi.org/10.22460/infinity.v8i1.p21-30>
- Mulyaningsih, S., Marlina, R., & Effendi, K. N. S. (2020). Analisis Kemampuan Representasi Matematis Siswa SMP dalam Menyelesaikan Soal Matematika. *JKPM (Jurnal Kajian Pendidikan Matematika)*, 6(1), 99–110. <https://doi.org/10.30998/jkpm.v6i1.7960>
- NCTM. (2000). Principles and standards for school mathematics. In *School Science and Mathematics*.
- Nurfitriyanti, M., Rita Kusumawardani, R., & Lestari, I. (2020). Kemampuan Representasi Matematis Peserta Didik Ditinjau Penalaran Matematis pada Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Gantang*, 5(1), 19–28. <https://doi.org/10.31629/jg.v5i1.1665>
- Panasuk, R. M., & Beyranevand, M. L. (2011). Preferred Representations of Middle School Algebra Students When Solving Problems. *The Mathematics Educator*, 13(1), 32–52.
- Parta, I. N., & Nasution, S. H. (2019). *Segitiga (Representasi, Sifat Analitik dan Pemecahan Masalah)*. Malang: Universitas Negeri Malang.
- Ridho, M. H., A., E. C. M., & Dahlan, J. A. (2023). Analysis of Students' Mathematical Representation Ability in Pythagoras Theorem in Junior High School. *International Conference on Studies in Education and Social Sciences*, 11–23.
- Rumite, W., Purwanto, P., Parta, I. N., & Rahardjo, S. (2023). Unpacking Mental Models, Strategies, and Schemas Pre-Service Mathematics Teacher in Solving Maximum Rectangular Areas. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 19(8), 1–13. <https://doi.org/10.29333/ejmste/13430>
- Rumite, W., Purwanto, Parta, I. N., & Rahardjo, S. (2024). *Karakteristik Model Mental Calon Guru Matematika dalam Memecahkan Masalah Volume Maksimum Balok*.
- Sari, D. P., & Darhim. (2020). Implementation of react strategy to develop mathematical representation, reasoning, and disposition ability. *Journal on Mathematics Education*, 11(1), 145–156. <https://doi.org/10.22342/jme.11.1.7806.145-156>
- Sari, D. P., Darhim, & Rosjanuardi, R. (2018). Errors of students learning with react strategy in solving the problems of mathematical representation ability. *Journal on Mathematics Education*, 9(1), 121–128. <https://doi.org/10.22342/jme.9.1.4378.121-128>

- Sridana, N., Alsulami, N. M., Isnawan, M. G., & Sukarma, I. K. (2025). Problem-Solving Based Epistemic Learning Pattern: Optimizing Mathematical Representation Ability of Prospective Teachers and Pharmacists. *Educational Process: International Journal*, 14(1–20). <https://doi.org/10.22521/edupij.2025.14.21>
- Supriadi, A., & Ningsih, Y. L. (2022). *Kemampuan Representasi Matematis Mahasiswa pada Materi Distribusi Peluang*. 4(2), 14–25. <https://doi.org/10.31851/indiktika.v4i1.7678>
- Ünal, Z. E., Ala, A. M., Kartal, G., Özel, S., & Geary, D. C. (2023). Visual and symbolic representations as components of algebraic reasoning. *Journal of Numerical Cognition*, 9(2), 327–345. <https://doi.org/10.5964/jnc.11151>
- Van Ments, L., & Treur, J. (2022). Dynamics, Adaptation and Control for Mental Models: A Cognitive Architecture. In *Mental Models and Their Dynamics, Adaptation, and Control* (pp. 3–26). New York: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-85821-6\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-85821-6_1)
- Žakelj, A., & Klančar, A. (2022). The Role of Visual Representations in Geometry Learning. *European Journal of Educational Research*, volume-11-2022(volume-11-issue-3-july-2022), 1393–1411. <https://doi.org/10.12973/eu-er.11.3.1393>