

# SEMINAR NASIONAL MATEMATIKA DAN PEMBELAJARANNYA

## PROSIDING

*Peranan Matematika dalam  
Menumbuhkembangkan  
Daya Saing  
dan  
Karakter Bangsa*

Malang, 5 September 2015



# PROSIDING

## Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya

**Tema :**

*Peranan Matematika  
dalam Menumbuhkembangkan Daya Saing  
dan Karakter Bangsa*

Malang, 5 September 2015

Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Negeri Malang

## **PROSIDING**

### **Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya**

“Peranan Matematika dalam Menumbuhkembangkan Daya Saing dan Karakter Bangsa”

Team Editor:

Prof. Drs. Purwanto, Ph.D  
Prof. Dr. Cholis Sa'dijah, M.Pd, M.A  
Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si  
Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A  
Dr. Abd. Qohar, M.T  
Dr. Erry Hidayanto, M.Si  
Drs. Sukoriyanto, M.Si  
Indriati Nurul Hidayah, S.Pd, M.Si  
Jamaliatul Badriyah, S.Si. M.Si

**ISBN : 978-602-1150-15-3**

*Perpustakaan Nasional: Katalog dalam Terbitan(KDT)*

Hak cipta dilindungi undang-undang. Dilarang memperbanyak atau memindahkan sebagian atau seluruh isi buku ke dalam bentuk apapun, secara elektronik maupun mekanis, termasuk fotokopi atau merekam dengan teknik apapun, tanpa izin tertulis dari penerbit.

Diterbitkan oleh Penerbit CV. Bintang Sejahtera  
Anggota IKAPI (No: 136/JTI/2011)  
Jl. Sunan Kalijogo no. 7AA, Dinoyo, Malang

## **Tim Penilai Makalah (Reviewer):**

Prof. Drs. Gatot Muhsetyo, M.Sc (UM)  
Prof. Dr. Ipung Yuwono, M.S, M.Sc(UM)  
Prof. Drs. Purwanto, Ph.D(UM)  
Prof. Dr. Cholis Sa'dijah, M.Pd, M.A (UM)  
Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si (UM)  
Dr. Abdur Rahman As'ari, M.Pd, M.A (UM)  
Dr. Abadyo, M.Si (UM)  
Dr. Abd. Qohar, M.T (UM)  
Drs. Dwiyana, M.Pd., Ph.D (UM).  
Dr. Edy Bambang Irawan, M.Pd (UM)  
Dr. Erry Hidayanto, M.Si (UM)  
Dr. Hery Susanto, M.Si (UM)  
Dr. rer nat. I Made Sulandra, M.Si (UM)  
Dr. I Nengah Parta, S.Pd, M.Si (UM)  
Dr. Makbul Muksar, M.Si (UM)  
Dr. Subanji, M.Si (UM)  
Dra. Santi Irawati, M.Si, Ph.D(UM)  
Dr. Sudirman, M.Si (UM)  
Dr. Sri Mulyati, M.Pd (UM)  
Dr. Susiswo, M.Si (UM)  
Dr. Swasono Rahardjo, M.Si (UM)  
Drs. Tjang Daniel Chandra, M.Si, Ph.D(UM)  
Dra. Tri Hapsari Utami, M.Pd (UM)  
Drs. Sukoriyanto, M.Si (UM)  
Indriati Nurul Hidayah, S.Pd, M.Si (UM)  
Dra. Sapti Wahyuningsih, M.Si (UM)  
Darmawan Satyananda, S.T, M.T (UM)  
Dr. Hery Suharna, M.Pd (Universitas Khairun Ternate)  
Dr. Siti Inganah, M.Pd (UMM)  
Dr. Buhaerah, M.Pd (STAIN Parepare)

## KATA PENGANTAR

Syukur Alhamdulillah kami panjatkan puji syukur kepada Allah SWT, atas perkenan-Nya kegiatan *Seminar Nasional Matematika dan Pembelajaran-nya* dengan tema “*Peranan Matematika dalam menumbuhkembangkan Daya Saing dan Karakter Bangsa*” ini dapat dipersiapkan dan telah selesai dilaksanakan sesuai dengan rencana. Selanjutnya sebagai wadah dari makalah-makalah yang telah diseminarkan, maka perlu dicetak sebuah prosiding. Prosiding ini merupakan kumpulan makalah seminar nasional yang telah disunting oleh para penyunting ahli di bidang Matematika dan Pembelajaran Matematika, dari Universitas Negeri Malang (UM), Universitas Muhammadiyah Malang (UMM), Universitas Khairun Ternate, dan STAIN Parepare.

Pada seminar nasional matematika dan pembelajarannya tahun 2015 ini, pembicara utama adalah Dr. Supriano (Direktur Sekolah Menengah Pertama Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan), Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc (Gubernur IndoMS Wilayah Jawa Timur), dan Prof. Dr. Ipung Yuwono, M.Sc (Anggota Badan Standar Nasional Pendidikan). Sedangkan peserta seminar adalah mahasiswa, dosen, guru maupun pemerhati pendidikan dari berbagai daerah di Indonesia yang telah mengirimkan makalah dan telah dinyatakan layak oleh penevuu makalah..

Ucapan terima kasih kami sampaikan kepada pihak-pihak yang telah mendukung terlaksananya Seminar Nasional ini, yaitu:

1. Dr. Markus Diantoro, M.Si, Dekan FMIPA Universitas Negeri Malang
2. Dr. Sudirman, M.Si, Ketua Jurusan Matematika Universitas Negeri Malang
3. Panitia Seminar Nasional Matematika dan Pembelajarannya Universitas Negeri Malang
4. Pihak-pihak lain yang tidak dapat disebutkan satu per satu.

Akhirnya, semoga prosiding ini dapat bermanfaat dan memberi inspirasi bagi para pembaca dalam meningkatkan prestasi dan profesionalitasnya.

Malang, 22 Oktober 2015

Panitia

## DAFTAR ISI

<b>Tim Penilai Makalah (Reviewer)</b> .....	i
<b>Kata Pengantar</b> .....	ii
<b>Daftar Isi</b> .....	iii

### **Pembicara Utama**

Peningkatan Daya Saing Lulusan Program Studi Pendidikan Matematika dalam Menyongsong Masyarakat Ekonomi Asean (MEA) <i>Ipung Yuwono</i> .....	1
Aliran Konveksi Campuran dari Fluida Viskoelastik Hidrodinamika Magnet yang Melewati Permukaan Sebuah Bola Pejal <i>Basuki Widodo</i> .....	5

### **Pendidikan Matematika**

Penerapan Pembelajaran <i>Hypothetical Inquiry</i> untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Materi Bangun Ruang Sisi Lengkung <i>Endah Dwi Hapsari, Subanji, dan Swasono Rahardjo</i> .....	14
Pembelajaran Berbasis Proyek dengan Pendekatan <i>Out Bound Games</i> untuk Memahami Materi Perbandingan <i>Selfia Wartuti, I Nengah Parta, dan Abd. Qohar</i> .....	23
Diagnosis Kesulitan Siswa SMP dalam Pemecahan Masalah pada Materi Teorema <i>Pythagoras</i> Serta Upaya Mengatasinya Menggunakan <i>Scaffolding</i> <i>Ari Kurniawati, Ipung Yuwono, dan Makbul Muksar</i> .....	33
Penerapan Strategi Pembelajaran <i>Conjectural Inquiry</i> untuk Meningkatkan Penalaran Matematis Siswa SMP Negeri 5 Batu Ampar pada Materi Pola Bilangan <i>Arie Wibowo, Subanji, dan I Made Sulandra</i> .....	43
Penerapan Pembelajaran <i>Conjectural Inquiry</i> untuk Memahami Siswa pada Materi Barisan dan Deret Kelas X MIA 2 SMA Negeri 1 Paguyaman <i>Nanang Khoirudin, Subanji, dan Hery Susanto</i> .....	53
Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Team Game Tournament</i> Berbantuan Komputer dalam Materi Lingkaran untuk Meningkatkan Minat dan Hasil Belajar Siswa Kelas VIII A SMP Negeri 5 Membalong Kabupaten Belitung <i>Fujiarso, Akbar Sutawidjaja, dan Santi Irawati</i> .....	63
Proses Metakognisi Siswa Sekolah Mengah Pertama dalam Menyelesaikan Soal Pisa <i>Desi Maulidyawati, Subanji, dan Swasono Rahardjo</i> .....	70

Pengembangan Perangkat Pembelajaran dengan Model Penemuan Terbimbing pada Materi Bangun Ruang Sisi Datar untuk Siswa SMP Kelas VIII <i>Zahrotul Aminah dan Rustanto Rahardi</i> .....	80
Gestur Siswa pada Proses Metakognisi Sosial dalam Pemecahan Masalah Matematika <i>Nunja Muyassarah, Subanji, dan Sri Mulyati</i> .....	87
Pengembangan <i>Computer Assisted Instruction</i> Kontekstual untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Matematik dan Karakter Mahasiswa <i>Nanang dan Dian Rahadian</i> .....	97
Kecenderungan Analisis Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Geometri Analitik <i>Lailatul Mubarakah</i> .....	108
Penggunaan Media Al-Khwarizmi Pada Materi Persamaan Kuadrat Melalui Model Pembelajaran Kooperatif <i>Numbered Heads Together</i> (NHT) Di SMP Negeri 1 Singosari <i>Elita Mega Selvia Wijaya, Gatot Muhsetyo, dan Swasono Rahardjo</i> .....	115
Penggunaan Model Paving Melalui Pembelajaran Penemuan Terbimbing untuk Memahami Materi Luas Bangun Datar pada Siswa Kelas VII SMP Negeri 3 Jombang <i>Senja Putri Merona, Gatot Muhsetyo, dan I Made Sulandra</i> .....	125
Pengaruh Model Pembelajaran <i>Van Hiele</i> Terhadap Hasil Belajar Matematika dan Sikap Siswa pada Materi Kubus dan Balok <i>Hastri Rosiyanti, Tri Purwanti</i> .....	140
Penggunaan Gelas Air Mineral untuk Memahami Barisan dan Deret Aritmetika Melalui Model <i>Guided Discovery</i> Siswa Kelas IX-A SMP Negeri 1 Rejotangan <i>Deddy Setyawan, Gatot Muhsetyo, dan Cholis Sa'dijah</i> .....	145
Kepekaan Bilangan ( <i>Number Sense</i> ) Siswa Bergaya Belajar Visual Di SMP Negeri 9 Malang <i>Siti Aminah, Cholis Sa'dijah</i> .....	156
Pengembangan Bahan Ajar Berbasis <i>Realistic Mathematics Education</i> (RME) untuk Materi Prisma dan Limas <i>Qoni Atul Fuadiyah, Ipung Yuwono, Cholis Sa'dijah</i> .....	164
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Materi Persamaan Kuadrat Berdasar Kurikulum 2013 Model <i>Discovery Learning</i> untuk SMP Kelas VIII <i>Masithoh Yessi Rochayati, Cholis Sa'dijah</i> .....	172
Penggunaan Software Geogebra 3D dalam Beberapa Pemecahan Masalah Matematika Kalkulus Integral <i>Ali Shodikin</i> .....	182
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika yang Bercirikan <i>Realistic Mathematics Education</i> (RME) pada Pokok Bahasan Lingkaran untuk Siswa Kelas VIII <i>Ugi Lestari, Lathiful Anwar</i> .....	193

Pengaruh Penggunaan <i>Software Geogebra</i> Terhadap Kemampuan Pemahaman Konsep Matematika dan Sikap Siswa Terhadap <i>Software Geogebra</i> pada Materi Kubus dan Balok <i>Hastri Rosiyanti, Hilwah Haudati Octaviani</i> .....	200
Kesulitan Mahasiswa Dan Proses <i>Scaffolding</i> Dalam Mengaplikasikan Integral Tentu pada Volume Benda Putar <i>Imam Fahcruddin, Edy Bambang Irawan, I Made Sulandra</i> .....	204
Penerapan Model <i>Realistic Mathematics Education (RME)</i> untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Kelas VII-C SMP Negeri 1 Kromengan Pada Materi Segiempat dan Segitiga <i>Elok Subekti</i> .....	213
Analisis Kesalahan Buku Siswa Matematika Kelas VIII SMP/MTs Semester I Kurikulum 2013 <i>Erik Valentino</i> .....	220
Kunci Kegagalan Siswa SD di Ajang Olimpiade Matematika Internasional: Tinjauan Kebahasaan <i>Slamet Setiawan, Ahmad Munir, Budi Priyo Prawoto, Dian Rivia Himmawati</i> .....	229
Persepsi Siswa Terhadap Simbol Huruf pada Aljabar <i>Ahmadah Faashichah Romadlona, Lisanul Uswah Sadieda</i> .....	239
Pengembangan Lembar Kerja Siswa Beracuan Penemuan Terbimbing Materi Transformasi Untuk Siswa SMP Kelas VII <i>Endah Wahyu Sefitasari dan Indriati Nurul Hidayah</i> .....	249
Identifikasi Aktivitas Metakognitif Siswa dalam Pemecahan Masalah Matematika <i>Intan Dwi Hastuti, Sutarto</i> .....	256
Upaya Memperbaiki Kesalahan Mahasiswa dalam Mengonstruksi Bukti Matematis dengan Strategi Semantik <i>Syamsuri</i> .....	262
Implementasi Diskusi Kelompok dan Kunjungan Perpustakaan pada Matakuliah Geometri Analitik Ruang <i>Agung Deddiliawan Ismail</i> .....	272
Profil Berpikir Membuat Koneksi Matematis Siswa IQ Tinggi Perempuan dalam Menyelesaikan Masalah Matematika Kontekstual <i>Karim</i> .....	279
Penerapan Pembelajaran <i>Think Talk Write (TTW)</i> Berbantuan Peta Konsep untuk Meningkatkan Kemampuan Komunikasi Matematis Tertulis Siswa Kelas X KKA 2 SMK Negeri 5 Malang pada Materi Relasi dan Fungsi <i>Novi Indriani, Erry Hidayanto</i> .....	288

Media Buatan Siswa ( <i>Metana</i> ) Sebagai Pemantapan Materi Matematika untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Kelas XI IPS <i>Abdur Rohim</i> .....	297
Penerapan <i>Guided Discovery</i> Berbantuan Media Botol untuk Memahami Konsep Barisan dan Deret Aritmetika Siswa SMP <i>Achmad Muhtadin</i> .....	304
Peranan Pola Persegi dalam Pembelajaran Akar Kuadrat <i>Lestariningsih</i> .....	314
Berpikir Kreatif dalam Pemecahan Masalah Matematika <i>Hajjah Rafiah</i> .....	321
Pembelajaran dengan Pendekatan <i>Realistic Mathematics Education</i> (RME) Berbantuan Kotak Kemasan Untuk Memahami Jaring-Jaring Prisma pada Siswa Kelas VIII SMP Muhammadiyah 1 Malang <i>Era Dewi Kartika, Gatot Muhsetyo, Tjang Daniel Chandra</i> .....	326
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Bercirikan Kontekstual pada Materi Perbandingan Kelas VIII <i>Banika Agustin Jumansah, Lathiful Anwar</i> .....	335
Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa Berbasis Pendekatan Saintifik Pokok Bahasan Kesebangunan dan Kekongruenan <i>Rahma Dwi Kusuma Wati, Abdur Rahman As'ari</i> .....	341
Upaya Meningkatkan Kompetensi Inti Kurikulum 2013 Melalui Penerapan Model Penemuan Terbimbing dalam Pembelajaran Matematika Siswa SMA Kelas XI MIA SMA Gama Yogyakarta <i>Dewi Mardhiyana, Dalono</i> .....	349
Upaya Meningkatkan Kompetensi Inti Sikap Spiritual dan Sikap Sosial Siswa Kelas VII C SMPN 2 Depok Sleman dalam Pembelajaran Matematika dengan <i>Process-Oriented Guided Inquiry Learning (Pogil)</i> <i>Mega Eriska Rosaria Purnomo, Suharno</i> .....	359
Penerapan Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Group Investigation</i> (GI) yang Dapat Meningkatkan Keterampilan Berpikir Kritis Matematis pada Siswa Kelas VIII-B Smp Negeri 2 Malang <i>Sri Ayundari, Eddy Budiono</i> .....	369
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Berbasis Proyek pada Materi Statistika Siswa Kelas VII <i>Sugi Hartono</i> .....	376
<i>Hypothetical Learning Trajectory</i> dan Peranannya dalam Perencanaan Pembelajaran Matematika <i>Nyaiyu Fahriza Fuadiah</i> .....	382

Penerapan <i>Group Investigation</i> Berbantuan Tangram untuk Memahamkan Siswa Kelas VII Tentang Transformasi di SMPN 9 Malang <i>Nina Rinda Prihartiwi, Gatot Muhsetyo, Makbul Muksar</i> .....	388
Kualitas Lembar Kerja Peserta Didik (LKPD) Matematika Untuk SMP/MTs Kelas VII, VIII, dan IX Berdasarkan <i>Expert Judgment</i> <i>Hobri &amp; Susanto</i> .....	397
Indonesian Primary Teachers' MCK On Ratio And Proportion <i>Rooselyna Ekawati</i> .....	406
Perancangan dan Pengembangan Multimedia Interaktif Mental Aritmatika untuk Meningkatkan Motivasi Siswa Sekolah Dasar Belajar Matematika <i>Mahmuddin Yunus</i> .....	411
Pengembangan Media Pembelajaran Matematika Menggunakan Ensiklopedia Matematika Digital <i>Indriati Nurul H., Rustanto R., Lucky Tri O., Mahmuddin Y.</i> .....	417
Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa Berbasis Pendekatan Saintifik pada Materi Perbandingan untuk SMP Kelas VII <i>Rochmatul Rosyidah, Aning Wida Yanti</i> .....	425
Mengidentifikasi Faktor Penghambat Guru Matematika Kecamatan Dompu NTB Terhadap Proses Pembelajaran pada Sekolah Menengah Atas <i>Muh. Fitrah</i> .....	433
Pengembangan Lembar Kerja Siswa (LKS) dengan Pendekatan Kontekstual Materi Lingkaran Untuk Siswa SMP Kelas 8 <i>Vivi Rachmatul Hidayati, Lathiful Anwar</i> .....	446
Analisis Faktor Dominan yang Berpengaruh Terhadap Kualitas Sekolah Menengah Swasta Di Tulungagung dengan Metode <i>Bootstrap Aggregating Multivariate Adaptive Regression Spline</i> (Bagging Mars) <i>Maylita Hasyim</i> .....	451
Penerapan RTN ( <i>Read, Think And Take A Note</i> ) untuk Meningkatkan Pemahaman Membaca Teks Matematika Siswa Kelas V A SDN Percobaan 2 Malang <i>Eddy Budiono, Erry Hidayanto</i> .....	460
Penerapan Model Pembelajaran Kooperatif <i>Team Assisted Individualization</i> Untuk Meningkatkan Hasil Belajar Siswa Kelas VIII-E Smp Negeri 4 Malang Pada Materi Persamaan Linier Dua Variabel <i>Yulia Puspitaningrum, Rini Nurhakiki</i> .....	469
Penerapan Strategi Pembelajaran <i>Learning Starts With A Question</i> (LSQ) untuk Mendukung Keaktifan dan Hasil Belajar Siswa Kelas VIII-B SMP Negeri 4 Malang pada Materi Persamaan Linear Dua Variabel <i>Alif Nadia Makhrobi, Rini Nurhakiki</i> .....	477

Bekerja Mundur Sebagai Salah Satu Strategi Alternatif untuk Menyelesaikan Persamaan Linier 1 Variabel <i>Tjang Daniel Chandra, Mahmuddin Yunus</i> .....	485
Penerapan Metode Penemuan Terbimbing ( <i>Guided Discovery</i> ) untuk Meningkatkan Kreativitas Berfikir Bagi Siswa Kelas VIII-A SMPN 1 Turen <i>Fadilah Hapsari, Ety Tejo Dwi Cahyowati</i> .....	490
Penerapan Pembelajaran Matematika Realistik Untuk Memahami Materi Himpunan pada Siswa Kelas VII A SMP Islam Druju Kabupaten Malang <i>Ismanto, Cholis Sa'dijah</i> .....	497
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika Berstandar NCTM Bernuansa <i>Cognitive Load Theory</i> untuk Meningkatkan Pemahaman Konsep Matematika Sekolah Menengah Kejuruan <i>Arika Indah Kristiana, Suharto</i> .....	506
Penalaran Imitatif Siswa dalam Menyelesaikan Masalah Generalisasi Pola <i>Imam Rofiki</i> .....	511
Folding Back Tidak Efektif Mahasiswa Ketika Menyelesaikan Masalah Limit <i>Susiswo</i> .....	521
Analisis Prestasi Belajar Mahasiswa Jurusan Matematika Universitas Negeri Malang <i>Trianingsih Ani Lestari, Makbul Muksar, Lathiful Anwar, Aning Wida Yanti</i> .....	527
Pembuatan Contoh Pivotal Sebagai Upaya Mengembangkan Kemampuan Tasit Guru Matematika <i>Edy Bambang Irawan</i> .....	535
Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) Bercirikan <i>Group Investigation</i> pada Materi Transformasi untuk Siswa SMP Kelas VII <i>Shella Naviana, Aning Wida Yanti</i> .....	541
Profil Mahasiswa dalam Membuktikan Teorema-Teorema Geometri Euclid Berdasarkan <i>Adversity Quotient</i> <i>Susanto</i> .....	546
Pengetahuan Subyektif Guru Terhadap Contoh, Bukan Contoh, dan Contoh Penyangkal <i>Sudirman</i> .....	554
Eksperimentasi Model Kooperatif Tipe <i>Teams Games Tournaments (TGT)</i> Dan <i>Student Team Achievement Divisions (STAD)</i> Terhadap Hasil Belajar Siswa SMP Kabupaten Klaten Berdasarkan Aktivitas Belajar Siswa pada Materi Kubus dan Balok <i>Latifah Mustofa Lestyanto, Budiyo, dan Mania Roswitha</i> .....	563
Langkah Pembelajaran dan Penggunaan Media Benda Kemasan untuk Memahami Materi Volume Tabung, Kerucut, dan Bola Melalui Pembelajaran Inkuiri <i>Niska Shofia</i> .....	572

Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) untuk Pembelajaran yang Bercirikan <i>Hands-On Mathematics</i> Materi Kubus dan Balok pada MTs Muhammadiyah 2 Kelas VIII <i>Grandiest Katrina Viola Kusuma Dewi, Aning Wida Yanti</i> .....	582
Pengembangan Modul Matematika Materi Lingkaran Berbantuan Media Manipulatif untuk Siswa Kelas VIII SMP <i>Ika Rani Anggraeni, Mimiep Setyowati Madja</i> .....	587
Pengembangan Media Digital Math Game Dengan Model Etnomatematika pada Mata Kuliah Matematika SMA Ditinjau dari Kevalidannya <i>Achmad Buchori, Sudargo, Noviana Dini Rahmawati</i> .....	597
Proses Berpikir Kreatif Siswa Smp Dalam Memecahkan Masalah Matematika Berdasarkan Tahapan Wallas Ditinjau Dari <i>Adversity Quotient</i> (AQ) <i>Muzani Lastri, Edy Bambang Irawan, Santi Irawati</i> .....	603
Analisis Kesulitan Siswa Dalam Menyelesaikan Permasalahan Dimensi Tiga Dengan Pendekatan <i>Visual Perceptual Representation</i> (Vpr) Versi Gal <i>Septi Ariani, Ipung Yuwono, dan I Made Sulandra</i> .....	612
Penggunaan Media Manipulatif Melalui Strategi React Untuk Memahami Persamaan Linier Dua Variabel Pada Siswa Kelas Viii Smp Negeri 1 Tirtoyudo <i>Emilda Tresilia M., Gatot Muhsetyo, Tjang Daniel Chandra</i> .....	619
<i>Defragmenting</i> Struktur Berpikir Melalui Pemetaan Kognitif Untuk Memperbaiki Kesalahan Siswa Dalam Menyelesaikan Soal Cerita Pada Materi Balok <i>Erna Gunawati, Toto Nusantara, Abd. Qohar</i> .....	629
Peningkatan Level Berpikir Aljabar Siswa Berdasarkan Taksonomi Solo Pada Materi Persamaan Linier Melalui Pemberian <i>Scaffolding</i> <i>Anis Farida Jamil, Purwanto, Cholis Sa'dijah</i> .....	637
Pembelajaran Kooperatif Tipe <i>Think Pair Share</i> (Tps) Dengan Pendekatan Saintifik untuk Meningkatkan Hasil Belajarmatematika Siswa Kelas Vii Smp Al Ma'arif 01 Singosari-Malang <i>Amy Nilam Wardathi, I Nengah Parta, Tjang Daniel C.</i> .....	652
Diagnosis Kesulitan Mahasiswa Pada Mata Kuliah Geometri Analitik Berdasarkan Taksonomi Bloom Dan Pelaksanaan <i>Scaffolding</i> -Nya <i>Nira Radita, Akbar Sutawidjaja, Santi Irawati</i> .....	663
Aktivitas Memahami Siswa Tunanetra Dalam Pembelajaran Geometri (Kasus: Siswa Tunanetra Buta Total Pada Usia Sekolah) <i>Andriyani</i> .....	677
Pengembangan Model Pembelajaran Dengan Interaksi Asesmen Sejawat <i>Hendro Permadi</i> .....	683

Pengembangan Lembar Kegiatan Siswa (LKS) Berdasarkan Pendekatan Saintifik Dengan Metode Inkuiri Pada Materi Bangun Ruang Untuk Kelas X SMA <i>Dzakiya Qorikha, Indriati Nurul Hidayah</i> .....	695
Pengembangan Perangkat Pembelajaran Bercirikan Penemuan Terbimbing Pada Materi Transformasi Geometri Kelas VII Berbantuan Geogebra <i>Anjas Dian Pertiwi, Cholis Sa'dijah</i> .....	702
Mengembangkan Media Pembelajaran Berbantuan Komputer Pada Kelas Matematika <i>Syaiful Hamzah Nasution</i> .....	712
<b>Matematika</b>	
Perancangan Grafik Pengendali Individual Berbasis Distribusi Dagum <i>Masithoh Yessi Rochayani, Hendro Permadi</i> .....	722
Aplikasi Persamaan Diferensial Orde Pertama untuk Memodelkan Laju Ingatan Serta Modifikasinya <i>Hanief Febry Ferdiansyah dan Tjang Daniel Chandra</i> .....	731
Keterukuran Fungsi Kontinu yang Terdefinisi pada Himpunan Terukur <i>Sukoriyanto</i> .....	738
Bayesian Geographically Weighted Regression (GWR) dengan BayesX <i>Neneng Sunengsih, I Gede Nyoman Mindra Jaya, Soemartini</i> .....	742
Integrated Nested Laplace Approximations (INLA) dalam Pemodelan Bayesian GWR <i>Soemartini, I Gede Nyoman Mindra Jaya, Neneng Sunengsih</i> .....	751
Kajian Penggunaan Metode <i>Response Surface</i> dan <i>Desirability Function</i> pada Proses Optimasi Multi Respon <i>Enny Supartini, Sri Winarni</i> .....	760
Pelabelan Skolem Graceful pada Graf $(S_n, r)$ <i>Angger Sedayu, Purwanto</i> .....	774
Metode Rayleigh untuk Menyelesaikan Masalah Invers Nilai Eigen <i>Wahyu Fistia Doctorina</i> .....	774
Penyisipan Informasi Ke Dalam Citra Digital dengan Singular Value Decomposition (SVD) <i>Ahmad Solikhudin, Mohammad Yasin</i> .....	781
Pengolahan Citra untuk Menghitung Luas Obyek yang Dibatasi Oleh Kurva Fungsi Rasional dengan Metode Raster pada Delphi <i>Rizky Rachmadhansyah, Mohamad Yasin</i> .....	789
Ideal Jordan R-Kuat <i>Agus Fahrudin Farid dan I Made Sulandra</i> .....	799

Pengembangan <i>Game</i> Persegi Ajaib Berbasis Android <i>Pinky Sandra Bonita, Tjang Daniel C, Mahmuddin Yunus</i> .....	807
Peningkatan Produktivitas Tanaman Kopi Melalui Penerapan Independent Dominating Set pada Pola Penanaman Tanaman Pelindung dan Kopi <i>Ika Hesti Agustin, Dafik, Siti Aminatus Solehah</i> .....	816
Pengembangan Himpunan Dominasi pada Hasil Operasi Graf <i>N.Y. Sari, I.H. Agustin, Dafik</i> .....	824
Super (A,D)-H- Antimagic Total Covering Chain Graph <i>Dina Rizki Angraini, Dafik, Susi Setiawani</i> .....	830
Super (A,D)-H-Antimagic Total Covering On Shackle Of Cycle With Cords <i>Wuria Novitasari, Dafik, Slamir</i> .....	835
Super (A, D)- $S_3$ Antimagic Total Decomposition Of Helm Graph And Its Aplication To Chipertext Developments <i>K. Rosyidah, Dafik, S. Setiawani</i> .....	843
Super $(a, d)$ - Face Antimagic Total Labeling Of Shackle $(C_5, E, N)$ Graph <i>Siska Binastuti, Dafik, A. Fatahillah</i> .....	849
Perbandingan Metode K-Nearest Neighbor (K-NN) dan Learning Vector Quantization (Lvq) untuk Permasalahan Klasifikasi Tingkat Kemiskinan <i>Santoso, M. Isa Irawan</i> .....	855
Super $(a, d)$ -Face Antimagic Total Labelling Of Shackle Of Cycle Graph <i>Farah Rezita N, Dafik, Arika Indah K</i> .....	861
Pewarnaan $R$ -Dinamis pada Hasil Operasi Graf Sikel dan Graf Lintasan <i>D.E.W. Meganingtyas, Dafik, Slamir</i> .....	867
On Super Edge-Antimagicness Of Generalized Shackle Of Fan Graph And Its Application For A Cryptosystem <i>M Mahmudah, Dafik, Slamir</i> .....	874
On The Rainbow Coloring For Some Graph Operations <i>Artanty Nastiti, Dafik, A.I. Kristiana</i> .....	882
The $R$ -Dynamic Chromatic Number Of Special Graph Operation <i>Nindya Laksmi, Dafik, A.I. Kristiana</i> .....	888
Pelabelan Total Super (A,D)-Sisi Antimagic pada Graf Shackle untuk Pengembangan Kriptosistem <i>Polyalphabetic</i> <i>Arnasyitha Yulianti Soelistya, Dafik, Arif Fatahillah</i> .....	893

Super $(A, D)$ - $\mathcal{H}$ - Antimagic Total Covering of Amalgamation Wheel Graph for Construction of Cryptosystem Polyalphabetic <i>Novri Anggraeni, Dafik, Slamin</i> .....	900
Pelabelan $(a, d)$ - $\mathcal{H}$ - Antimagic Total Dekomposisi pada Shackle Graf Antiprisma dan Cryptography <i>Yuli Nur Azizah, Dafik, Susi Setiawani</i> .....	908
Identifikasi Kecacatan pada Permukaan Keramik Menggunakan Gabor Wavelet <i>Yudik Haryono, Dwi Ratna Sulistyaningrum</i> .....	915
Implementasi Algoritma <i>Extended Savings</i> pada <i>Capacitated Vehicle Routing Problem</i> (CVRP) <i>Antika Pusparani, Susy Kuspambudi Andaini</i> .....	922
Prediksi Volume Ekspor di Indonesia dengan <i>Fuzzy Inference System</i> Berbasis Analisa Korelasi <i>Imamatul Ummah, Mohammad Isa Irawan, dan Dwi Ratna Sulistyaningrum</i> .....	933
Analisa Perbandingan <i>Fourier</i> Dan Vogel Dengan Uji Keoptimuman Indeks Matriks Pada Masalah Transportasi Kendala Campuran <i>Solichah Isti Ainiyah, Susy Kuspambudi Andaini</i> .....	943
Eksistensi Gelanggang Bersih Berdasarkan Ideal-Idealnya <i>Santi Irawati</i> .....	953
Analisis Kestabilan Dan Kekonvergenan Skema Numerik Semi-Implisit Untuk Model Persaingan Dua Pemangsa <i>Anggi Yenier Putri, Makbul Muksar</i> .....	957
Eksistensi Gelanggang Baer-Kaplansky pada Kelas Gelanggang Semisimpel <i>Hery Susanto</i> .....	968

# **HYPOTHETICAL LEARNING TRAJECTORY DAN PERANANNYA DALAM PERENCANAAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA**

**Nyaiyu Fahriza Fuadiah**

*Mahasiswa S3 Pend. Matematika Universitas Pendidikan Indonesia/*

*Universitas PGRI Palembang*

*Email: fahrizafuadiah@gmail.com*

## **Abstrak**

Artikel ini merupakan kajian teoritis mengenai Hypothetical Learning Trajectory (HLT) serta memberikan gambaran kedudukan dan peranannya dalam perencanaan pembelajaran matematika. Istilah HLT merujuk pada rencana pembelajaran guru berdasarkan antisipasi belajar siswa yang mungkin dicapai dalam proses pembelajaran yang didasari oleh tujuan pembelajaran matematika yang diharapkan pada siswa, pengetahuannya dan perkiraan tingkat pemahaman siswanya, serta pilihan aktivitas matematika secara berurutan. HLT menjelaskan bagaimana guru mengajar, memberikan informasi kepada siswa bagaimana berpikir tentang konsep matematika, dan menciptakan pengalaman baru untuk membantu pemahaman siswa. HLT dirancang dalam perencanaan pembelajaran matematika sebagai panduan guru dalam mengakomodir aktivitas mental siswa dan tindakan guru sesuai dengan perkembangan pemikiran siswa untuk mendukung tujuan pembelajaran matematika.

**Kata kunci:** *Learning trajectory, Hypothetical Learning Trajectory,*

## **PENDAHULUAN**

Bagian penting dalam mempelajari matematika adalah proses pembelajaran matematika itu sendiri. Pembelajaran matematika merupakan proses interaksi antara guru dan siswa yang melibatkan pengembangan pola berpikir dan mengolah logika pada suatu lingkungan belajar yang sengaja diciptakan oleh guru dalam suatu proses yang disebut proses belajar mengajar. Interaksi yang baik antara guru dan siswa tersebut menggambarkan proses belajar terlaksana dengan baik. Mempelajari matematika sangat penting bagi keberhasilan anak di sekolah, dari tingkat dasar maupun pembelajarannya di masa depan. Oleh karena itu sangat penting memotivasi anak-anak untuk mengembangkan potensi yang dimilikinya dalam memahami pelajaran matematika.

Seorang anak mengikuti suatu pola tingkatan perkembangan alamiah ketika mereka belajar maupun dalam proses perkembangannya. Perubahan tingkah laku seorang anak sesungguhnya hanyalah refleksi dari perubahan internalisasi persepsi dirinya terhadap sesuatu yang sedang diamati dan dipikirkannya (Uno, 2006: 53). Dalam memahami matematika, proses belajar dan tingkat berpikir yang disebut sebagai lintasan belajar (*learning trajectory*) menjadi hal yang harus diperhatikan untuk mencapai tujuan yang diharapkan (Clements & Sarama, 2004:83). Clements & Sarama menjelaskan bahwa lintasan belajar adalah gambaran pemikiran siswa saat proses pembelajaran berupa dugaan dan hipotesis dari serangkaian desain pembelajaran untuk mendorong perkembangan berpikir siswa agar tujuan pembelajaran matematika dapat tercapai sesuai dengan yang diharapkan. Oleh karena itu pembelajaran matematika yang sesuai dengan lintasan belajar anak melalui aktivitas yang menarik akan membangkitkan motivasi anak dalam mempelajari matematika. Hal ini menjadi penting mengingat pandangan anak berbeda dengan pandangan orang yang lebih dewasa ataupun orang tua, sehingga pendidik harus mampu mendorong anak untuk membentuk konsep yang tepat karena kognisi anak tidak hanya berisi kumpulan informasi yang terpisah, akan tetapi lebih pada pembentukan kerangka kerja untuk mengerti lingkungannya (Wuryani, 2006). Menurut

Piaget proses belajar harus disesuaikan dengan tahap perkembangan kognitif yang dilalui siswa, sebab tingkah laku seseorang senantiasa didasarkan pada kognisi, yakni suatu tindakan untuk mengenal atau memikirkan kondisi di mana perilaku itu terjadi.

Mengajar adalah suatu proses yang menuntut guru untuk merencanakan tentang apa yang mungkin akan terjadi selama proses kegiatan belajar mengajar nantinya (Sánchez & Valcárcel, 1999). Menurut Sánchez & Valcárcel, fungsi utama dari perencanaan adalah untuk memberikan siswa kesempatan untuk belajar dengan baik. Perencanaan yang terencana dengan baik memungkinkan guru untuk melakukan tindakan pembelajaran sesuai kebutuhan siswa. Berdasarkan hal tersebut artikel ini bertujuan untuk memberikan gambaran mengenai *hypothetical learning trajectory* serta kedudukan dan peranannya dalam perencanaan pembelajaran matematika.

## PEMBAHASAN

Penggunaan istilah *learning trajectory* (LT) pertama kali diterapkan dalam proses pembelajaran matematika oleh Martin Simon dalam artikel laporan penelitiannya pada tahun 1995 (*Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective*). Makalah ini menggambarkan perhatiannya pada cara guru mengajar dan harapannya untuk memberikan informasi kepada siswa bagaimana berpikir tentang konsep matematika, serta menciptakan suatu pengalaman baru atau masalah yang dirancang untuk membantu proses pemahaman siswa. Dalam hal ini guru terlibat interaksi dengan siswa secara langsung, mengamati apa yang telah dipahami siswa, menerapkan ide-idenya tentang jenis tugas dan masalah yang mungkin membawa siswa ke pemahaman konsep baru. Maloney dan Confrey (2013) menjelaskan bahwa LT dapat menjadi fondasi strategi penilaian untuk melihat kemajuan siswa dan mengidentifikasi kelemahan siswa secara individu maupun kelompok sehingga guru dapat menentukan solusinya. Proses ini terjadi secara berkelanjutan, mengalami penyesuaian dan revisi berdasarkan interaksi dan respon siswa. Clements & Sarama (2004) menjelaskan pengertian LT sebagai berikut:

*“We conceptualize learning trajectories as descriptions of children’s thinking and learning in a specific mathematical domain, and a related conjectured route through a set of instructional tasks designed to engender those mental processes or actions hypothesized to move children through a developmental progression of levels of thinking, created with the intent of supporting children’s achievement of specific goals in that mathematical domain”.*(p. 83)

Simon (Sztajn, 2012) mengekspresikan hipotesis LT (*hypothetical learning trajectory* atau HLT) sebagai gambaran proses pembelajaran ketika siswa mengalami proses pembelajaran mulai dari awal sampai tercapainya tujuan pembelajaran. Istilah HLT merujuk pada rencana pelajaran guru berdasarkan antisipasi belajar siswa yang mungkin dicapai dalam proses pembelajaran yang didasari oleh tujuan pembelajaran matematika yang diharapkan pada siswa, pengetahuan dan perkiraan tingkat pemahaman siswanya, serta pilihan aktivitas matematika secara berurut. Simon (1995:136) mendefinisikan HLT sebagai berikut :

*“The hypothetical learning trajectory is made up of three components: the learning goal that defines the direction, the learning activities, and the hypothetical learning process a prediction of how the students’ thinking and understanding will evolve in the context of the learning activities”*

Selanjutnya Clements & Sarama (2004) menjabarkan konsep HLT sebagai deskripsi pemikiran anak dalam proses belajar matematika, lintasan tersebut terkait dengan tugas-tugas matematika yang dirancang sedemikian rupa untuk menimbulkan proses mental atau tindakan melalui perkembangan tingkat berpikir anak, lintasan belajar ini sengaja didesain untuk

mendukung tujuan dan pencapaian anak dalam pembelajaran matematika.

Secara ringkas Simon membagi HLT menjadi tiga komponen: tujuan pembelajaran yang mendefinisikan arah (tujuan pembelajaran), kegiatan belajar, dan hipotesis proses belajar untuk memprediksi bagaimana pikiran dan pemahaman siswa akan berkembang dalam konteks kegiatan belajar (Simon, 1995:133). Meskipun Simon awalnya menekankan konstruksi guru individu dari LT untuk proses belajar tertentu, beberapa peneliti kemudian menekankan pentingnya LT secara umum yang dapat dijadikan acuan dalam praktek mengajar yang sistematis dan desain kurikulum. LT bersama tersebut didasarkan pada generalisasi model pembelajaran. Clements & Sarama (2004) menyatakan bahwa model yang digeneralisasikan tersebut harus berdasarkan, bila memungkinkan, pada penelitian empiris.

Berdasarkan hasil penelitiannya, Clements & Sarama (2007) mengembangkan pembagian HLT dari Simon yaitu: (1) tujuan pembelajaran matematika, (2) perkembangan kemajuan anak dalam mencapai tujuan tersebut, dan (3) perangkat aktivitas yang sesuai dengan masing-masing level anak. Pengelompokan konsep-konsep dan kemampuan-kemampuan yang secara matematis merupakan hal yang pokok dan saling berhubungan, konsisten dengan pemikiran siswa, serta berguna dalam pembelajaran berikutnya.

Memantau perkembangan siswa yang dibuat oleh guru menggambarkan sebuah lintasan yang akan diikuti oleh anak atau siswa dalam mengembangkan pemahaman dan kemampuan mereka tentang suatu topik matematika. Perkembangan kemampuan matematika seseorang dimulai sejak mereka hidup di dunia. Sebagaimana yang kita lihat, anak-anak mempunyai suatu kompetensi yang mirip dengan kompetensi matematika dalam hal bilangan, indera spasial, dan pola atau bentuk dari sejak lahir. Namun, ide dan interpretasi anak-anak tentang suatu situasi atau kondisi merupakan sesuatu yang unik dan berbeda dengan ide dan interpretasi yang dimiliki oleh orang dewasa.

Peran guru sebagai orang dewasa dalam hal ini sangatlah penting. Menurut Vygotsky, orang dewasa yang sensitif akan peduli terhadap kesiapan anak untuk tantangan baru, sehingga mereka dapat menyusun kegiatan yang cocok untuk mengembangkan keterampilan baru. Orang dewasa berperan sebagai mentor dan guru, mengarahkan anak ke dalam *zone of proximal development (ZPD)* - istilah dari Vygotsky yang berarti suatu zone perkembangan di mana anak tidak mampu melakukan suatu kegiatan belajar tanpa bantuan namun dapat melakukannya secara baik di bawah bimbingan orang dewasa. Ketika seorang anak berpartisipasi dalam kegiatan sehari-hari dengan melibatkan orang tua, guru, dan orang lain, mereka akan secara bertahap mempelajari praktik budaya, nilai-nilai, dan ketrampilan.

Beberapa peneliti seperti Confrey (1994) dan Labinowicz (1985), menyatakan secara perspektif konstruktivis anak-anak memahami matematika dengan baik jika mereka secara aktif terlibat dalam pembelajaran tersebut (Wood,1999). Menurut Schoenfeld (2012) ketika siswa terlibat dalam situasi matematis dan pedagogis, mereka mengembangkan pemahaman yang mendalam mengenai matematika. Oleh karena itu pembelajaran matematika harus dapat mengakomodasi aktivitas mental dengan melibatkan siswa secara efektif dalam pembelajaran.

Suatu pembelajaran yang ideal tidak terlepas dari perencanaan dan desain pembelajaran yang kompresif. Guru memegang peranan sentral dalam merancang suatu pembelajaran yang dapat mengakomodasi aktivitas mental dan dapat memprediksi kemungkinan lintasan pola berpikir siswa dalam kegiatan belajar mengajar nantinya. Perencanaan pembelajaran juga merupakan proses siklus yang terjadi terus menerus dan interaktif yang terjadi dalam tiga fase yang saling berkaitan yaitu sebelum, selama, dan setelah pembelajaran. Bagaimana guru merencanakan pengajaran mereka tidak lepas dari pengalaman mengajar mereka sebelumnya, meskipun sebagian besar guru mendasarkan pelajaran mereka pada buku guru yang melengkapi buku teks siswa. Ketika guru mengontrol dan menyesuaikan rencana mereka untuk kemajuan yang akan dicapai oleh siswa, maka akan ada efek positif pada pembelajaran.

Tugas dan aktivitas yang disusun guru dalam rencana pembelajaran bertujuan membantu siswa belajar tentang ide-ide dan kemampuan-kemampuan yang dibutuhkan untuk mencapai suatu tingkatan berpikir. Oleh karena itu, sebagai seorang guru, dapat menggunakan tugas-tugas tersebut untuk mendorong perkembangan berpikir siswa dari satu level ke level berikutnya.

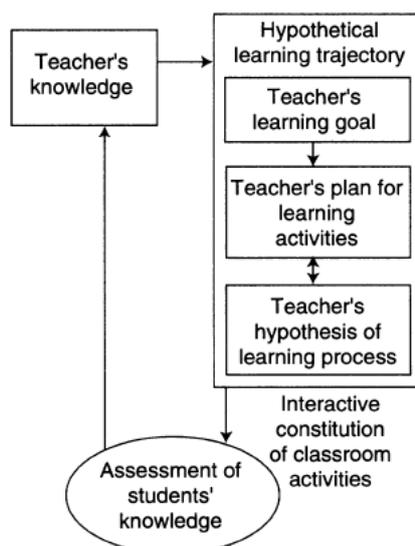
Menurut Piaget proses belajar harus disesuaikan dengan tahap perkembangan kognitif yang dilalui siswa, sebab tingkah laku seseorang senantiasa didasarkan pada kognisi, yakni suatu tindakan untuk mengenal atau memikirkan kondisi di mana suatu perilaku itu terjadi. Jadi secara tidak langsung pribadi anak akan terbentuk melalui proses belajar. Belajar di sini melibatkan proses berpikir yang sangat kompleks dan merupakan peristiwa mental yang nantinya mendorong terjadinya sikap maupun perilaku.

Brousseau (2002) menjelaskan bahwa interaksi antara siswa dan guru dalam sebuah situasi didaktis memberikan kontribusi terhadap aturan dan modifikasi norma-norma sosial untuk kegiatan matematika yang tercermin dalam sebuah kontrak didaktis. Brousseau menekankan bahwa siswa harus memiliki kebebasan untuk membuat respon terhadap situasi berdasarkan konteks pengetahuan yang telah diketahui dan perkembangan pemahaman matematis siswa. Ide matematika siswa merupakan hasil respon siswa dari situasi yang sengaja diciptakan guru. Menurut Brousseau (1981 dalam Simon, 1995) "jika guru tidak memiliki tujuan dan rencana, tidak mengalami masalah atas situasi yang berkembang dengan baik, anak tidak akan melakukan dan belajar apa-apa". Dengan kondisi tersebut, siswa belajar hal-hal lain, seperti bagaimana merespon dengan tepat setiap pertanyaan yang dikemukakan oleh guru. Brousseau menegaskan kembali bahwa peran guru adalah untuk mendorong ide-ide matematika siswa dalam konteks melalui proses penyelidikan. Konteks ini haruslah bermakna bagi siswa, yang memungkinkan mereka untuk memecahkan masalah dalam konteks tersebut. Kegiatan pembelajaran berdasarkan lintasan belajar menghendaki guru berinteraksi langsung dengan siswa, mengamati apa yang telah dipahami siswa, menerapkan ide-idenya tentang jenis tugas, dan masalah yang mungkin membawa siswa ke suatu konsep baru.

Berkaitan dengan proses pembelajaran di kelas, guru hendaknya menyusun rencana pembelajaran yang sesuai dengan lintasan belajar siswa. Simon (Daro et al, 2011:18) menyatakan bahwa rencana pembelajaran (*lesson plan*) merupakan suatu skenario pembelajaran yang disusun oleh guru berdasarkan antisipasi terhadap kemungkinan perkembangan belajar siswa untuk mencapai tujuan pembelajaran berdasarkan pengetahuan yang telah dimiliki oleh siswa dan perkiraan pemahaman siswa terhadap suatu materi. Selain itu rencana pembelajaran juga memuat pilihan tugas atau aktivitas yang diberikan kepada siswa berdasarkan konsep dan keterampilan sesuai dengan materi yang sedang dipelajari.

HLT menegaskan keterkaitan dalam kegiatan dan proses belajar. Bagian dari lintasan cenderung fleksibel. Tujuan belajar dan aktivitas disesuaikan dengan persepsi tingkat pemahaman siswa. Evaluasi dilakukan secara terus menerus terhadap kinerja siswa dalam proses pembelajaran. Jadi lintasan belajar yang sebenarnya tidak dapat diketahui terlebih dahulu. Tujuan pembelajaran akan menentukan arah belajar-mengajar yang diinginkan. Kegiatan yang akan dilakukan oleh guru dan siswa menjadi "prediksi tentang bagaimana pemikiran siswa dan pemahaman akan berkembang dalam konteks kegiatan belajar".

HLT digunakan sebagai bagian dari apa yang disebut siklus mengajar matematika (*mathematical learning cycle*) untuk satu atau dua pembelajaran, atau bahkan untuk lebih dari dua pembelajaran. HLT dapat menghubungkan antara teori pembelajaran (*instructional theory*) dan percobaan pembelajaran secara konkret. Pengembangan hipotesis proses pembelajaran dan kegiatan pengembangan pembelajaran memiliki hubungan simbiosis, kegiatan pembelajaran tergantung pada hipotesis guru atas perkembangan berpikir dan belajar siswa. Hipotesis selanjutnya dari perkembangan konsep siswa tergantung pada jenis kegiatan yang diantisipasi seperti gambar berikut:



**Gambar 1. Mathematics teaching cycle (Simon 1995:136)**

Salah satu penelitian yang dilakukan oleh Whitacre & Flack (2014) melalui eksperimen pengajaran di kelas (*classroom teaching experiment*) dalam sebuah program *design research*, menyelidiki bagaimana siswa berpikir, urutan belajar yang dilalui serta bagaimana pemikiran siswa berkembang saat mereka terlibat dalam kegiatan pembelajaran. Mereka merumuskan HLT dengan tujuan pembelajaran mengenalkan siswa pada bilangan bulat dan bilangan bulat secara aritmatika melalui argumentasi matematika. HLT tersebut kemudian diuji dan disempurnakan melalui eksperimen pengajaran di kelas. Melalui observasi terhadap siswa selama kegiatan pembelajaran, didapatkan suatu perangkat berupa lintasan belajar teraktualisasi (*Actualized Learning Trajectory*).

## KESIMPULAN DAN SARAN

HLT merupakan proses pelaksanaan pembelajaran yang dipandu oleh suatu instrumen dalam suatu desain pembelajaran yang dapat diuraikan dan diperbaiki selama proses penelitian berjalan (Gravemeijer & Cobb, 2006). Dalam merancang aktivitas pembelajaran perlu diketahui gambaran pemikiran siswa dan respon siswa terkait materi yang dipelajari. HLT berperan sebagai panduan dalam melaksanakan kegiatan pembelajaran yang dapat memberikan alternatif antisipasi terhadap situasi didaktis yang berkembang dalam kegiatan pembelajaran.

Upaya guru untuk mendorong situasi belajar yang optimal mengharuskan guru merencanakan pembelajaran dengan memprediksi dan memperhatikan kemungkinan-kemungkinan yang terjadi. Suryadi (2013) menyebut sintesis hasil pemikiran guru berdasarkan berbagai prediksi tersebut, sesuai dengan lintasan belajar siswa yang mungkin akan terjadi pada peristiwa pembelajaran, sebagai Antisipasi Didaktik dan Pedagogis (ADP). Dengan demikian perlu disadari sepenuhnya bahwa penting bagi guru merancang dan merencanakan pembelajaran dengan desain didaktis yang dapat mengantisipasi semua kemungkinan respon siswa pada suatu situasi didaktis. Rencana pembelajaran juga memuat pilihan tugas atau aktivitas yang diberikan kepada siswa berdasarkan konsep dan keterampilan sesuai dengan materi yang sedang dipelajari. Perencanaan yang terencana dengan baik memungkinkan guru untuk melakukan tindakan pembelajaran sesuai kebutuhan siswa.

## DAFTAR RUJUKAN

- Brousseau, G. 2002. *Theory of didactical situation in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Clements, D., & Sarama, J. 2004. Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.
- Clements, D., & Sarama, J. 2007. Thinking about learning trajectories in preschool. *Teaching Children Mathematics*, Vol. 14, No. 3, Focus issue:: Finding What Works: When Practice and Research Meet, pp. 178-181.
- Daro, P., et.al. 2011. *Learning trajectories in mathematics: A foundation for standards, curriculum, assessment, and instruction*. USA: Consortium for Policy Research in Education.
- Gravemeijer, K. & Cobb. P. 2006. Design research from a learning design perspective. In Jan van den Akker, et. Al. *Educational Design Research*. London: Routledge.
- Maloney, A. & Confrey, J. 2013. A Learning trajectory framework for the mathematics common core: turnonccmath for interpretation, instructional planning, and collaboration. *17th annual conference of the association of mathematics teacher educators*. Orlando: AMTE
- Sanchez & Varcareel. 1999. Science teachers' views and practices in planning for teaching. *Journal of Research in Science Teaching*, 36(4): 493 – 513.
- Schoenfeld, A. 2012. Problematizing the didactic triangle. *ZDM*, 44(5), 587-599. doi:10.1007/s11858-012-0395-0.
- Simon, M. A. 1995. Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education* 26, 114–145.
- Suryadi, D. 2013. Didactical Design Research (DDR) dalam pengembangan pembelajaran matematika. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Bandung: STKIP Siliwangi.
- Sztajn, P., et al. 2012. Learning trajectory based instruction: Toward a theory of teaching. *Educational Researcher* 41 (5), 147–156.
- Uno, HB. (2006). *Orientasi baru dalam psikologi pembelajaran*. Jakarta: Bumi Aksara
- Whitacre, I & Flack, C. 2014. Learning integers trough argumentation: mapping a learning trajectory. [online]. Diakses tanggal 6 Maret 2015. <http://nctm.confex.com/secure/scihub.org/nctm/2014RP/webprogram/ExtendedAbstract/Session25084/WhitacreFlack4-4-14.pdf>.
- Wood, T. 1999. Creating a context for argument in mathematics class. *Journal for research in mathematics education*, 30(2), 171-191.
- Wuryani, SE. 2007. *Psikologi pendidikan*. Jakarta: Grasindo