



# **KNM XVIII 2016**



# **PROSIDING**

**Konferensi Nasional Matematika  
Himpunan Matematika Indonesia  
2016**

**Pekanbaru, 2-5 November 2016**

# **Prosiding Konferensi Nasional Matematika XVIII**

**Diterbitkan oleh Indonesian Mathematical Society (IndoMS)**

**ISBN: 978-602-50020-1-4**

@ Hak Cipta Dilindungi Undang-undang

Editor: Dr. M. Imran

Desain cover: Khozin Mu'tamar, M.Si.

Ukuran: 29,7 cm x 21 cm

## **TIM PENILAI MAKALAH (*REVIEWER*)**

1. Budi Nurani Ruchjana, Prof. Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Padjajaran
2. Isnarto, Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Negeri Semarang
3. Mashadi, Prof. Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Riau
4. Subanji, Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Negeri Malang
5. Syafrizal, Prof. Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Andalas
6. Nuning Nuraini, Dr.  
Industrial and Financial Mathematics Research Group, FMIPA-Institut Teknologi Bandung
7. Kartini, Dr.  
Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan PMIPA, FKIP-Universitas Riau
8. M. Imran, Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Riau
9. Ali Mahmudi, Dr.  
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA-Universitas Negeri Yogyakarta
10. Sugiman, Dr,  
Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA-Universitas Negeri Yogyakarta
11. Maimunah, Dr.  
Program Studi Pendidikan Matematika, Jurusan PMIPA, FKIP-Universitas Riau
12. Diah Chaerani, Dr.  
Departemen Matematika, FMIPA-Universitas Padjadjaran
13. MDH Gamal, Dr  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Riau
14. Rado Yendra, Dr.  
Jurusan Matematika, FST-Universitas Negeri Sultan Syarif Kasim Riau
15. Sri Rezeki, Dr.  
Program Studi Matematika, FKIP-Universitas Islam Riau
16. Agus Suryanto, Prof. Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Brawijaya
17. Syamsudhuha, Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Riau
18. Edi Cahyono, Prof. Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Halu Oleo
19. Arisman Adnan, Dr.  
Jurusan Matematika, FMIPA-Universitas Riau

# MEMPERKENALKAN KONSEP NILAI MUTLAK MELALUI KONTEKS 'AIR AND SEA' PADA SISWA SEKOLAH MENENGAH PERTAMA

**Nyaiyu Fahriza Fuadiah**

*Program Doktor Pendidikan Matematika, Universitas Pendidikan Indonesia  
Email: fahrizafuadiah@student.upi.edu*

## **Abstrak**

Sebagai bagian dari konsep matematika yang nantinya banyak diaplikasi pada materi lainnya, konsep nilai mutlak perlu diperkenalkan kepada siswa sekolah menengah. Konsep ini dapat terintegrasi pada materi bilangan bulat yang membahas tentang bilangan bulat positif, nol, dan bilangan bulat negatif di kelas 7 sekolah menengah pertama. Kajian penulis terhadap beberapa buku teks matematika yang memuat materi bilangan bulat, konsep nilai mutlak belum dibahas dengan porsi yang sesuai. Kendala yang dialami guru adalah bagaimana menyampaikan kepada siswa bahwa nilai mutlak akan selalu positif atau nol, tapi tidak pernah negatif. Konsep nilai mutlak dapat diperkenalkan sebagai konsep jarak, sesuai dengan kemampuan berpikir siswa saat itu. Peneliti kemudian mendesain suatu situasi didaktis untuk menanamkan konsep ini kepada siswa kelas 7 sesuai dengan tingkat berpikir mereka dengan menggunakan konteks 'Air and Sea'. Ujicoba desain diimplementasikan pada 32 orang siswa kelas 7 di suatu sekolah menengah pertama. Seluruh kegiatan pembelajaran direkam untuk mendapatkan gambaran yang utuh sejauh mana desain ini memberikan kontribusi kepada siswa. Hasil uji coba memperlihatkan bahwa siswa dapat memahami bahwa jarak dua objek benda selalu bernilai positif walaupun berada pada "daerah negatif".

Kata Kunci: jarak, nilai mutlak, situasi didaktis

## **1. Pendahuluan**

Pembelajaran memiliki hakikat perencanaan atau perancangan (desain) sebagai upaya untuk membelajarkan siswa (Uno, 2006:2). Menurut Uno selanjutnya, dalam belajar siswa tidak hanya berinteraksi dengan guru sebagai sumber belajar, tetapi mungkin berinteraksi dengan keseluruhan sumber belajar yang dipakai untuk mencapai tujuan pembelajaran yang diinginkan sehingga pembelajaran memusatkan perhatian pada "bagaimana membelajarkan siswa", dan bukan pada "apa yang dipelajari siswa". Pada pembelajaran matematika Eisenhart (Cobb, Yackel & Wood, 1992) menyatakan bahwa pembelajaran matematika dapat dilihat sebagai proses konstruksi individu maupun sebagai proses akulturasi ke dalam matematika itu sendiri dan kegiatan sosial yang lebih luas. Dapat dikatakan bahwa pembelajaran matematika merupakan proses interaksi antara guru dan siswa yang melibatkan pengembangan pola berpikir dan mengolah logika pada suatu lingkungan belajar yang sengaja diciptakan oleh guru dalam suatu proses yang disebut proses belajar mengajar.

Materi pelajaran matematika yang tertuang dalam silabus mata pelajaran matematika SMP kelas 7 dalam Kurikulum 2013, operasi hitung bilangan bulat menjadi materi pertama yang diberikan kepada siswa (Kemendikbud, 2014). Walaupun tampak mudah, materi ini belum bisa dikuasai dengan baik oleh sebagian siswa kelas 7. Sebagian besar masalahnya adalah operasi hitung yang melibatkan bilangan negatif. Dari beberapa penelitian kesulitan siswa dalam memahami bilangan negatif sebagian besar disebabkan karena sifat abstrak yang melekat pada bilangan negatif (Altiparmak & Ozdogan, 2010; Larsen, 2012; Heffer, 2011). Kesulitan pada siswa juga terjadi pada konten materi Nilai mutlak atau Nilai mutlak. Ketika siswa menentukan selisih antara dua benda yang direpresentasikan dengan bilangan positif dan negatif maka terdapat berbagai jawaban yang diberikan. Almog dan Ilany (2012) mengungkapkan adanya hambatan epistemologis dalam mengajarkan konsep nilai mutlak yang kemudian menjadi kesulitan tersendiri bagi siswa untuk memahami makna dari konsep nilai mutlak tersebut. Hasil studi yang dilakukan peneliti terhadap 96 orang siswa kelas 7 yang telah mendapatkan materi Bilangan

Bulat, terdapat lebih 84% siswa tidak dapat menjawab dengan tepat selisih dari dua bilangan yang melibatkan bilangan negatif (Fuadiah, Suryadi, & Turmudi, 2016).

Sayangnya, buku teks tidak selalu menyajikan informasi dalam cara-cara yang meningkatkan pembelajaran dan hanya menempatkan siswa dalam peran pasif (Ormrod, 2002:160). Ormrod mengungkapkan dari berbagai analisis buku teks di sekolah ditemukan bahwa fokus sebagian besar teks adalah mengajarkan fakta-fakta tertentu dengan sedikit perhatian untuk membantu siswa mempelajari fakta-fakta tersebut dalam cara-cara yang bermakna. Hal ini terlihat di kurikulum matematika SMP di Indonesia, konsep nilai mutlak tidak terlalu menjadi perhatian utama. Dari beberapa buku teks matematika yang ditelaah peneliti, konsep ini secara implisit terkandung dalam operasi hitung bilangan bulat tanpa menyebutkan secara jelas konsep nilai mutlak. Tidak mengherankan jika nilai mutlak menjadi materi yang sulit dipelajari siswa ketika mereka berada di sekolah menengah atas bahkan perguruan tinggi seperti yang diungkapkan dalam hasil beberapa studi.

Dalam konteks aritmatika, definisi nilai mutlak memiliki aturan bahwa nilai bilangan positif tidak berubah dan mengubah bilangan negatif menjadi positif (Wilhelmi, Godino & Lacasta, 2007). Nilai mutlak  $|x|$  didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{array}{ll} |x|=x & \text{jika } x \geq 0 \\ |x|=-x & \text{jika } x < 0 \end{array}$$

Misalnya,  $|5|=5$ ,  $|0|=0$ , dan  $|-7|=-(-7)=7$ .

Nilai mutlak biasanya tidak menjadi obyek perhatian khusus dalam pelajaran matematika di sekolah, materi ini biasanya dijelaskan sepintas dalam materi bilangan positif dan negatif (Chiarugi, Fracassina, & Furinghetti, 1990). Pada kurikulum matematika untuk sekolah menengah di Jepang, nilai mutlak mendapat perhatian khusus dengan selalu menanamkan konsep nilai mutlak di setiap konten materinya, seperti definisi bilangan positif lebih besar dari nol, nilainya akan semakin besar sesuai dengan pertambahan nilai mutlaknya dan bilangan negatif lebih kecil dari nol, nilainya akan semakin menurun sesuai dengan pertambahan nilai mutlaknya (Keirinkan, 2013:18). Sama seperti di Jepang, di Indonesia konsep nilai mutlak disinggung dalam materi bilangan positif dan negatif pada siswa kelas 7 (yang terintegrasi dalam materi Bilangan Bulat).

Berdasarkan pengamatan dan kajian peneliti, kesulitan utama yang di alami siswa dalam menentukan selisih antara dua bilangan adalah adanya bilangan negatif. Misalnya menentukan selisih -3 dan 5, beberapa siswa menuliskan sebagai  $-3 + 5$  atau  $5 - 3$ . Glaeser (dalam Heeffer, 2011) menyatakan sejumlah kendala epistemologis siswa dalam mempelajari bilangan negatif yaitu ketidakmampuan untuk memanipulasi jumlah negatif dan kesulitan memberi makna pada bilangan negatif. Siswa kesulitan dalam memaknai bilangan negatif karena jumlah benda-benda yang ada di sekitar mereka dilambangkan sebagai bilangan positif. Inilah yang memunculkan kendala apabila siswa dihadapkan pada operasi bilangan bulat yang melibatkan bilangan negatif. Konsep nilai mutlak yang memuat konsep bilangan negatif menjadi kendala terbesar siswa dalam mempelajari materi nilai mutlak. Konsep ini kemudian berlanjut ke jenjang berikutnya ketika siswa berada pada sekolah menengah atas dengan materi persamaan nilai mutlak.

Gagatsis dan Panaoura (2014) menjelaskan penjabaran pengertian nilai mutlak melalui tiga tahap perkembangan dalam sejarahnya, yaitu (i) nilai mutlak sebagai konsep implisit; (ii) gagasan nilai mutlak dalam aljabar dari ketidaksamaan; (iii) transisi ke konteks konseptual baru di mana nilai mutlak berkembang menuju notasi dan formalisasi. Pada tahap kedua inilah nilai mutlak muncul sebagai bilangan tanpa tanda dan sebagai suatu jarak dari nol. Menurut Purcell (1993:19) salah satu cara terbaik untuk membayangkan nilai mutlak adalah sebagai jarak (tak berarah) melalui pengertian jarak antara  $x$  dan titik awal, misalnya  $|x-a|$  adalah jarak antara  $x$  dengan  $a$ . Konsep inilah yang kemudian peneliti kembangkan sebagai dasar utama dalam mendesain pembelajaran mengenai nilai mutlak.

Salah satu aspek yang perlu dipertimbangkan dalam mendesain pembelajaran adalah karakteristiknya siswa sesuai dengan perkembangan intelektual dan kognitifnya (Uno, 2006:3). Dalam memahami matematika, proses belajar dan tingkat berpikir yang disebut sebagai lintasan belajar (learning trajectory) menjadi hal yang harus diperhatikan untuk mencapai tujuan yang diharapkan (Clements & Sarama, 2004:83). Lebih jauh Clements dan Sarama menjelaskan bahwa lintasan belajar adalah gambaran pemikiran siswa saat proses pembelajaran berupa dugaan dan hipotesis dari serangkaian desain pembelajaran untuk mendorong perkembangan berpikir siswa agar tujuan pembelajaran matematika dapat tercapai sesuai dengan yang diharapkan. Oleh karena itu pembelajaran matematika yang sesuai dengan lintasan belajar anak melalui aktivitas yang menarik akan membangkitkan motivasi anak dalam mempelajari matematika. Aktivitas pembelajaran yang terpusat pada siswa, tidak hanya bertujuan

membantu pembelajaran dan prestasi saja, melainkan juga untuk meningkatkan kemampuan metakognitif dan pengaturan diri yang sangat penting bagi kesuksesan jangka panjang (Ormrod, 2002:150).

Aktivitas belajar mengajar memiliki keterkaitan yang erat antara guru, siswa, dan materi sebagai komponen didaktis yang mempunyai kepentingan yang setara. Suryadi (2013) menjelaskan bahwa fokus guru yang lebih besar kepada penjabaran tujuan pembelajaran mengakibatkan minimnya antisipasi yang bersifat didaktis. Selain itu keragaman respon siswa yang kurang dipertimbangkan dalam rencana pembelajaran akan berdampak ketidaksesuaian proses situasi yang dikembangkan berikutnya dengan learning trajectory yang seharusnya dilalui seorang siswa. Hal tersebut antara lain disebabkan sebagian respon siswa atas situasi didaktik yang dikembangkan di luar jangkauan pemikiran guru atau tidak tereksplor sehingga kesulitan belajar yang muncul beragam tidak direspon guru secara tepat atau tidak direspon sama sekali. Jika hambatan ini tidak diantisipasi maka akan berlanjut pada materi-materi berikutnya terutama materi-materi yang berkaitan dengan materi sebelumnya. Oleh karena itu diperlukan suatu proses pembelajaran dapat mendorong terjadinya situasi belajar yang lebih optimal, yang harus dilakukan sebelum pembelajaran (Suryadi, 2013).

Setiap siswa memiliki potensinya masing-masing. Untuk menggali potensi itu guru memegang peranan penting untuk mendorong ide-ide matematika dalam suatu konteks melalui proses penyelidikan (Brousseau, 2002). Oleh karena itu, kita perlu menyadari sepenuhnya bahwa penting bagi guru untuk merancang pembelajaran dengan desain didaktis untuk mengantisipasi semua tanggapan siswa mungkin pada situasi didaktis (Suryadi, 2013). Penerapan teori situasi didaktik melalui desain situasi didaktik yang diciptakan oleh guru dalam kegiatan pembelajaran di kelas diharapkan untuk mengembangkan potensi siswa, yang mereka dapat membangun pengetahuan mereka sendiri yang akan dicapai melalui serangkaian proses abstraksi. Tindakan dan umpan balik melalui strategi akan memungkinkan pembentukan pengetahuan baru. Brousseau mengidentifikasi tiga situasi utama, yaitu action, formulation, dan validation (Artigue et.al, 2014; Brousseau, 2002). Konsep yang mendasar dalam materi matematika juga perlu mendapat perhatian lebih, karena konsep dasar yang dapat dimaknai dengan baik oleh siswa memberikan pengaruh dalam memahami suatu konteks ditingkat yang lebih tinggi.

Berdasarkan uraian yang telah dijabarkan, peneliti merancang desain pembelajaran nilai mutlak dengan mengintegrasikan konten nilai mutlak melalui materi Bilangan Bulat, memperkenalkan konsep nilai mutlak sebagai konsep jarak, dan mendesain situasi didaktis dengan konteks yang sesuai dengan tingkat berpikir siswa. Pembelajaran dilaksanakan melalui situasi didaktis dengan konteks yang dekat dengan siswa dan mendukung proses penyelidikan. Oleh karena itu, peneliti mendesain situasi didaktis yang mendukung konsep nilai mutlak untuk siswa kelas 7 yang sesuai dengan tahap berpikirnya. Tujuan penelitian ini secara khusus adalah untuk memperkenalkan konsep nilai mutlak kepada siswa melalui konteks "Air and Sea" yang telah mereka kenal, sedangkan secara umum adalah untuk memberikan kontribusi kepada guru dalam menciptakan suatu desain pembelajaran berbasis situasi didaktis.

## 2. Metode

Desain pembelajaran nilai mutlak yang dirancang merupakan bagian dari rumusan *Hypothetical Learning Trajectory* (HLT) yang didesain peneliti dalam materi Bilangan Bulat Negatif. Implementasi desain dilaksanakan pada 32 siswa pada salah satu kelas 7 di salah satu SMP Negeri di kota Palembang sebagai subjek penelitian. Peneliti bertindak sebagai observer partisipan yaitu peneliti bertindak langsung sebagai guru model. Guru mata pelajaran matematika di kelas subjek bertindak sebagai observer yang mengamati kegiatan pembelajaran dengan maksud dapat memberikan masukan dan saran berkaitan dengan alur pembelajaran. Adapun desain pembelajaran disusun berdasarkan aspek kurikulum matematika kelas 7, konsep nilai mutlak, dan karakter berpikir siswa berdasarkan hasil studi pendahuluan dan studi literatur yang dialami peneliti. Desain pembelajaran disusun berdasarkan tahap-tahap pembelajaran dalam teori situasi didaktis. Alur pembelajaran didesain seperti pada Tabel 1 berikut:

Tabel 1. Desain pembelajaran Nilai Mutlak

Tujuan Pembelajaran	Fase	Situasi Didaktis (Input guru)	Aktivitas Siswa	Hipotesis Matematis
	<i>Action</i>			
1. Jarak merupakan selisih dari dua objek		Guru menyiapkan beberapa pertanyaan yang berkaitan dengan jarak dan selisih (sebelumnya siswa telah mengenal garis bilangan).	Siswa menentukan jawaban sesuai dengan pertanyaan yang diberikan melalui diskusi dengan teman sebangku atau kelompoknya	Siswa memberikan jawaban dengan menggunakan operasi hitung
2. Jarak selalu bernilai		Kalimat pertanyaan yang diajukan seperti: Seekor ikan berada 20		

positif dengan tidak memperhatikan arahnya.	meter di bawah permukaan laut. Pada saat yang sama seekor burung berada tepat di atas ikan setinggi 10 meter di atas permukaan laut. Berapakah jarak ikan dan burung tersebut?		
<i>Formulation</i>	Guru meminta siswa menggambarkan konteks lautan pada sehelai kertas dan menyebutkan apa saja yang mereka temui. Meminta siswa menggambarkan garis bilangan yang merepresentasikan konteks "Air and sea" Guru menyebutkan beberapa objek dengan posisi yang telah ditentukan baik sebagai bilangan positif maupun negatif.	Menggambarkan beberapa objek yang terdapat di lautan. meletakkan beberapa objek dengan posisi yang telah ditentukan Menentukan jarak antara dua objek	Siswa mengkonstruksi konteks "Air and Sea" melalui sebuah garis bilangan Siswa dapat menentukan jarak dari dua objek yang berbeda
<i>Validation</i>	Mengajak siswa memeriksa dan jawaban, kemudian guru memberikan penguatan terhadap jawaban siswa dan mengarahkan pada kesimpulan dan memberikan penguatan	Siswa menjelaskan jawaban yang diminta dengan memberikan argumennya sendiri	Siswa dapat menyimpulkan bahwa jarak tidak memperhatikan arahnya yang dimaknai sebagai nilai mutlak

Seluruh kegiatan pembelajaran direkam melalui kamera video dan catatan lapangan yang didapat melalui pengamatan. Data yang didapat dianalisis secara deskriptif kualitatif. Analisis terhadap rekaman video bertujuan untuk merefleksikan pembelajaran pada materi nilai mutlak secara kemungkinan dapat terjadi revisi atau perbaikan desain pembelajaran.

### 3. Hasil dan Pembahasan

Kegiatan pembelajaran di kelas dilaksanakan dalam tiga tahap, yaitu 1) *Action*, 2) *Formulation*, dan 3) *Validation*. Siswa kelas 7 pada semester awal merupakan siswa pada tahap transisi dari sekolah dasar ke sekolah menengah. Oleh karena itu pembelajaran dengan menggunakan gambar-gambar yang merepresentasikan suatu konteks menjadi lebih menarik bagi mereka. Pada tahap *action*, guru memberikan konteks "Air and Sea", siswa menyebutkan objek-objek apa saja yang pernah mereka temui, kemudian menggambarkan konteks tersebut (Gambar 1). Pada tahap ini siswa membangun model secara implisit: seperangkat aturan dan hubungan untuk mengambil suatu keputusan baru tanpa disadari atau perlu diungkapkan secara eksplisit (Manno, 2006). Hal ini sejalan dengan prinsip psikologis tentang mengajar yaitu kegiatan belajar mengajar haruslah dimulai dari yang sederhana kepada yang kompleks dan dari konkret kepada yang abstrak (Uno, 2006:7).



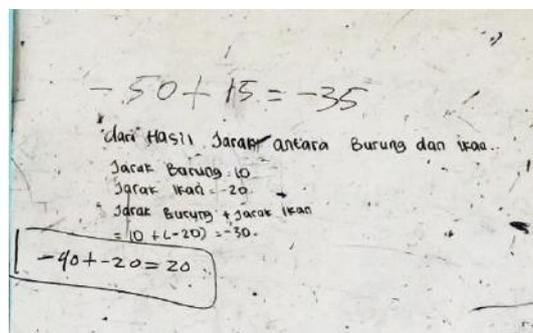
Gambar 1. Salah satu gambar siswa dalam konteks "Air and Sea"

Konteks lautan memiliki representasi sebagai garis bilangan. Siswa telah mengenal garis bilangan sebelumnya di sekolah dasar. Dalam kegiatan ini guru mengaitkan isi pembelajaran yang akan dibahas dengan pengetahuan yang telah dimiliki siswa sebelumnya. Proses mengaitkan dan menghubungkan pengetahuan awal (*prior knowledge*) yang dimiliki siswa dengan isi pembelajaran yang akan dibahas akan sangat membantu dalam meningkatkan motivasi belajar siswa (Wena, 2011:18). Dalam hal ini, konsep garis bilangan yang telah diketahui siswa dapat membantu untuk merepresentasikan jarak dari dua objek. Selanjutnya siswa meletakkan objek-objek yang telah ditentukan pada garis bilangan tersebut (Gambar 2). Objek-objek ini merupakan analogi dari bilangan-bilangan positif dan negatif. Menurut Wena (2011:27) analogi dapat dipakai untuk memperjelas suatu konsep, prosedur, atau prinsip sehingga mudah dipahami siswa. Objek yang berada di atas permukaan laut merupakan analogi dari bilangan positif, memiliki arah ke atas. Sedangkan objek yang berada di bawah permukaan laut merupakan analogi dari bilangan negatif, disimbolkan dengan tanda minus dan memiliki arah ke bawah, berlawanan dari arah positif.



Gambar 2. Merepresentasikan konteks “Air and Sea” dalam sebuah garis bilangan vertikal

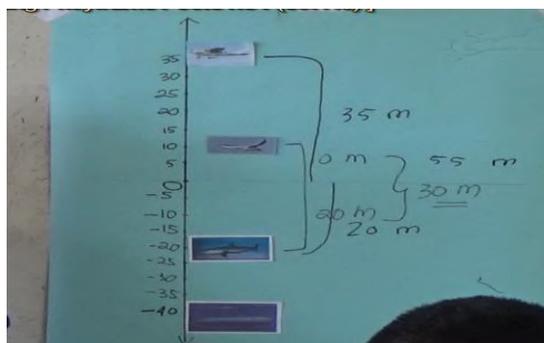
Tahap selanjutnya adalah *formulation*. Pada tahap ini memberikan siswa kesempatan untuk menciptakan model mereka sendiri secara implisit untuk mengungkapkan strategi dengan kata-kata yang dapat dipahami siswa lain, membahas, dan beragumen yang membuat siswa lainnya menerima penjelasannya (Kinslenko, 2005). Siswa memberikan jawaban atas pertanyaan yang diajukan oleh guru mengenai jarak dua objek yang berbeda; satu objek berada pada daerah positif sedangkan yang lainnya pada daerah negatif. Beberapa orang siswa menjawab pertanyaan dengan melakukan operasi hitung (lihat Gambar 3). Seorang siswa mencoba memberikan jawabannya: seekor ikan yang berada 20 meter di bawah permukaan laut direpresentasikan sebagai -20, sedangkan seekor burung yang terbang setinggi 10 meter di atas permukaan laut direpresentasikan sebagai 10, sehingga jarak keduanya dituliskan sebagai  $10 + (-20) = -30$  meter. Jawaban siswa ini memperlihatkan jika ia dapat merepresentasikan posisi suatu objek kepada bilangan yang tepat, namun kurang tepat dalam menentukan operasi hitung yang mewakili jarak serta keliru dalam menentukan hasil operasi hitungnya. Jarak yang dituliskan sebagai bilangan negatif menandakan bahwa siswa tersebut belum memahami bahwa jarak selalu bernilai positif. Berbagai jawaban diberikan siswa baik secara tertulis maupun lisan, namun pada tahap ini secara keseluruhan siswa belum dapat menentukan jarak dengan tepat apabila terdapat komponen bilangan negatif.



Gambar 3. Beberapa jawaban siswa untuk menentukan jarak

Tahap selanjutnya adalah *validation*. *Validation* merupakan suatu proses yang membawa ide 'pembentukan teorema' (Brousseau, 2002: 13). Brousseau menjelaskan bahwa tahap ini dapat dijadikan sebagai sarana berkomunikasi secara eksplisit bagi siswa dan juga sebagai sarana belajar untuk membangun pemikiran logis berdasar bukti. Sedangkan bagi guru sendiri, mengemukakan teorema dan

strategi di papan tulis adalah salah satu cara untuk menunjukkan pemahaman guru terhadap materi matematika (Kinslenko, 2005). Pada tahap ini guru mendorong siswa pada suatu konsep dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan yang mengelaborasi masalah yang diajukan. Pertanyaan ini menggiring siswa pada suatu konsep. Siswa kedua memberikan penjelasannya bahwa seekor ikan yang berada 20 meter di bawah permukaan laut memiliki jarak positif 20 (lihat Gambar 4), sehingga jarak burung dan ikan adalah  $20 + 10 = 30$  meter. Dengan demikian, dari tahap ini siswa menyadari bahwa jarak tidaklah dipengaruhi oleh arah.



Gambar 4. Jawaban siswa setelah memahami pengertian jarak

Berdasarkan analisis peneliti, konsep nilai mutlak sebagai konsep jarak lebih mudah dipahami siswa dengan menggunakan konteks dan media yang tepat. Guru dapat menanamkan konsep nilai bilangan riil  $x$  yang selalu tak negatif dengan secara aktif membangun interaksi dengan siswa. Sejalan dengan apa yang dikemukakan oleh Schoenfeld (2012) bahwa ketika siswa terlibat dalam situasi matematis dan pedagogis, mereka mengembangkan pemahaman yang mendalam mengenai konsep matematika. Sfard (1991) berpendapat bahwa terdapat dua pendekatan untuk mengembangkan konsep, yaitu operasional yang berfokus pada proses, dan yang lain struktural yang lebih menekankan pada objek. Proses ini disebut sebagai institutionalization (Brousseau, 2002: 18) yaitu proses yang memungkinkan siswa mengubah pengetahuan mereka sebelumnya menjadi pengetahuan baru melalui penguatan oleh guru yang memberi mereka nilai kebenaran dan memungkinkan untuk menggunakan pengetahuan baru yang diperoleh untuk memecahkan masalah berikutnya.

#### 4. Simpulan dan Saran

Upaya perbaikan pembelajaran perlu dilakukan dengan asumsi bahwa untuk memperbaiki kualitas pembelajaran perlu diawali dengan perencanaan pembelajaran yang diwujudkan dengan adanya desain pembelajaran. Perencanaan yang terencana dengan baik memungkinkan untuk melakukan tindakan pembelajaran sesuai dengan kebutuhan siswa. Berdasarkan analisis terhadap keseluruhan proses pembelajaran, melalui desain situasi didaktis menggunakan konteks "Air and Sea", siswa mengetahui bahwa: 1) jarak merupakan selisih dari dua objek, dan 2) jarak selalu bernilai positif dengan tidak memperhatikan arahnya. Dalam perencanaan pembelajaran, terdapat kemungkinan bahwa materi akan diajarkan dalam waktu yang dialokasikan sehingga pembelajaran dapat berjalan sesuai dengan waktu yang diharapkan dalam silabus. Bagaimana guru merencanakan pengajaran mereka tidak lepas dari pengalaman mengajar mereka sebelumnya, meskipun sebagian besar guru mendasarkan pelajaran mereka pada buku guru yang melengkapi buku teks siswa. Ketika guru mengontrol dan menyesuaikan rencana mereka untuk kemajuan yang akan dicapai oleh siswa, maka akan ada efek positif pada pembelajaran. Desain pembelajaran nilai mutlak ini dapat dikembangkan lagi dengan berbagai karakter dan level kemampuan siswa. Dengan demikian akan didapat beberapa desain yang dapat dipilih guru sesuai dengan kondisi dan kebutuhan pembelajaran. Desain pembelajaran ini juga dapat diintegrasikan ke dalam materi yang sesuai.

#### Ucapan Terima Kasih

Peneliti mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada para dosen yang membantu dalam menelaah desain yang disusun peneliti dan para guru yang telah memberikan masukan dan saran sehingga pelaksanaan penelitian dapat berjalan dengan baik.

### Daftar Pustaka

- Artigue, M., Haspekian, M. & Corblin-Lenfant, A. (2014). Introduction to the theory of didactical situation (TDS). In: Ahsbahs & Prediger (Eds.), *Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education*: 47 – 65. Switzerland: Springer International Publishing.
- Altiparmak, K., & Ozdogan, E. (2010). A Study on the teaching of the concept of negative numbers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 41(1): 31-47. <http://dx.doi.org/10.1080/00207390903189179>.
- Almog, N., & Ilany, B. S. (2012). Absolute value inequalities: high school students' solutions and misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 81(3), 347-364.
- Brousseau, G. (2002). *Theory of Didactical Situation in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Chiarugi, I., Fracassina, G., & Furinghetti, F. (1990). Learning difficulties behind the notion of absolute value. *Proceedings of PME*, 14, 231-238.
- Clements, D., & Sarama, J. (2004). Learning trajectories in mathematics education. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.
- Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics*, 23(1), 99-122. <http://dx.doi.org/10.2307/3482604>
- Fuadiah, N. F., Suryadi, D., & Turmudi, T. (2016). Some difficulties in understanding negative numbers faced by students: A qualitative study applied at secondary schools in Indonesia. *International Education Studies*, 10(1), 24. <http://dx.doi.org/10.5539/ies.v10n1p24>
- Gagatsis, A., & Panaoura, A. (2014) A multidimensional approach to explore the understanding of the notion of absolute value. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 45(2), 159-173. <http://dx.doi.org/10.1080/0020739X.2013.790510>
- Heeffner, A. (2011). Historical objections against the number line. *Science & Education*, 20(9), 863–880. <http://dx.doi.org/10.1007/s11191-011-9349-0>.
- Larsen, J. (2012). Epistemological obstacles of negative numbers. *Vector: The Official Journal of the BC Association of Mathematics Teachers*, 53(2), 56-60. [online]. Diunduh dari: [https://www.researchgate.net/publication/274310485\\_Epistemological\\_Obstacles\\_of\\_Negative\\_Numbers](https://www.researchgate.net/publication/274310485_Epistemological_Obstacles_of_Negative_Numbers).
- Kemendikbud. (2014). *Matematika SMP/MTs Kelas 7 Semester 1*. Jakarta: Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Keirinkan. (2013). *Gate the Way For the Future Math 1 For Junior High School*. Tokyo: Shinko Shuppansha Keirinkan Co. Ltd.
- Kislenko, K. (2005). Student's beliefs about mathematics from the perspective of the theory of didactical situations. In C Winslow (Ed.), *Didactic of Mathematics-the French Way* (pp. 83-96). Center For Naturfagenes Didaktis University of Copenhagen.
- Manno, G. (2006). Embodiment and a-didactical situation in the teaching-learning of the perpendicular straight lines concept. *Doctoral thesis*. Departemen of didactic mathematics Comenius University Bratislava.
- Ormrod, J.E. (2002). *Psikologi Pendidikan, Membantu Siswa Tumbuh dan Berkembang jilid 2*. Jakarta: Erlangga.
- Schoenfeld, A. (2012). Problematizing the didactic triangle. *ZDM*, 44(5), 587-599. <http://dx.doi.org/10.1007/s11858-012-0395-0>.
- Suryadi, D. (2013). *Didactical Design Research (DDR) dalam pengembangan pembelajaran matematika. Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Bandung: STKIP Siliwangi.
- Sfard, A. (1991). On the due nature of mathematical conception: reflection on processes and object of different side on the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 2(1): 1–36.
- Uno, H.B. (2006). *Perencanaan Pembelajaran*. Jakarta: Bumi Aksara
- Wena, M. (2011). *Strategi Pembelajaran Inovatif Kontemporer, Suatu Tinjauan Konseptual Operasional*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Wilhelmi, M.R., Godino, J.D., & Lacasta, E. (2007). Didactic effectiveness of mathematical definitions the case of absolute value. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(2), 73 – 90.