

Rancangan G-Optimal pada Model Non-Linier Untuk Meningkatkan Kadar Kemurnian Silikon Dioksida

Nindya Wulandari^{1*}, Erfiani², Irzaman³, Utami Dyah Syafitri⁴
*e-mail: utamids@apps.ipb.ac.id, cf.nindy@gmail.com

^{1,2,4}Departemen Statistika
IPB University
³Departemen Fisika
IPB University

ABSTRACT

Silicon Dioxide (SiO_2) is a natural resources that is widely used in various industrial fields so it is necessary to make efforts to maintain its availability. One way to maintain SiO_2 is to make SiO_2 from several materials that are around humans, such as rice husks. The purity of SiO_2 needed for industry is SiO_2 which has a purity above 95%. Purity procedures can be used to increase the purity of SiO_2 by changing the temperature and the rate of temperature rise. This study's purpose was to obtain design points based on the G-optimal criteria in order to improve SiO_2 purity. The VNS algorithm is used to simplify the point search process in this study. The model used is a non-linear model that follows an exponential decay distribution. The best design point obtained from the G-optimal design in the relationship between temperature ($^{\circ}\text{C}$) and the rate of temperature increase ($^{\circ}\text{C}/\text{min}$) is 800 $^{\circ}\text{C}$ and 1,67 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$, 800 $^{\circ}\text{C}$ and 2,17 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$, 815 $^{\circ}\text{C}$ and 4,67 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$, 825 $^{\circ}\text{C}$ and 4,17 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$, 835 $^{\circ}\text{C}$ and 5 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$, 855 $^{\circ}\text{C}$ and 2,17 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$ 880 $^{\circ}\text{C}$ and 2,34 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$, 895 $^{\circ}\text{C}$ and 4,67 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$, 900 $^{\circ}\text{C}$ dan 4 $^{\circ}\text{C}/\text{min}$ with G-efficiency of 96.09%.

Keywords: G-optimal, non-linear model, optimal design, silicon dioxide

ABSTRAK

Silikon Dioksida (SiO_2) merupakan salah satu sumber daya alam yang banyak digunakan di berbagai bidang industri sehingga perlu dilakukan usaha untuk mempertahankan ketersediaannya. Salah satu cara mempertahankan SiO_2 adalah dengan membuat SiO_2 dari beberapa bahan yang ada di sekitar manusia, seperti sekam padi. Kemurnian SiO_2 yang dibutuhkan untuk industri adalah SiO_2 yang memiliki kemurnian diatas 95%. Prosedur kemurnian dapat digunakan untuk meningkatkan kemurnian SiO_2 dengan mengubah suhu dan laju kenaikan suhu. Tujuan dari penelitian ini adalah untuk memperoleh titik-titik rancangan berdasarkan kriteria G-optimal pada proses peningkatan kadar kemurnian SiO_2 . Algoritma *Variable Neighborhood Search* (VNS) digunakan untuk mempermudah proses pencarian titik pada penelitian ini. Model yang digunakan adalah model non-linier yang mengikuti distribusi eksponensial *decay*. Titik rancangan terbaik yang diperoleh dari rancangan G-optimal pada hubungan antara suhu ($^{\circ}\text{C}$) dan laju kenaikan suhu ($^{\circ}\text{C}/\text{menit}$) yaitu titik 800 $^{\circ}\text{C}$ hingga 900 $^{\circ}\text{C}$ adalah kombinasi titik 800 $^{\circ}\text{C}$ dan 1,67 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$, 800 $^{\circ}\text{C}$ dan 2,17 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$, 815 $^{\circ}\text{C}$ dan 4,67 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$, 825 $^{\circ}\text{C}$ dan 4,17 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$, 835 $^{\circ}\text{C}$ dan 5 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$, 855 $^{\circ}\text{C}$ dan 2,17 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$, 880 $^{\circ}\text{C}$ dan 2,34 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$, 895 $^{\circ}\text{C}$ dan 4,67 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$, serta 900 $^{\circ}\text{C}$ dan 4 $^{\circ}\text{C}/\text{menit}$ dengan nilai G-efisiensinya adalah 96,09%.

Kata Kunci: G-optimal, non-linier model, rancangan optimal, silikon dioksida.

PENDAHULUAN

Silikon Dioksida (SiO_2) atau silika merupakan salah satu mineral yang banyak ditemukan di bumi yang diperoleh dari galian bahan tambang. Silikon dioksida memiliki banyak manfaat pada berbagai bidang sehingga nilai jualnya cukup tinggi dan mengakibatkan ketersediaannya sebagai sumber daya alam yang dapat habis semakin berkurang. Perlu dilakukan usaha untuk mempertahankan ketersediaan silikon dioksida. Beberapa penelitian telah menunjukkan bahwa ternyata silikon dioksida dapat dibuat dari beberapa bahan yang ada di sekitar manusia, seperti sekam padi, tongkol jagung, sawit, daun bambu dan lainnya untuk silikon dioksida nabati (Albert F dan Geoffrey, 1989).

Kandungan silikon dioksida yang tertinggi terdapat dalam sekam padi yaitu 90-98% berat kering (Casnan et al., 2019). Kandungan silikon dioksida tertinggi kedua adalah dari abu daun bambu yaitu sebesar 75,9% (Sa'diyah et al., 2016), sedangkan abu jerami memiliki kadar silikon dioksida sebesar 75% (Har et.al., 2019). Pembakaran sempurna pada abu sekam padi menghasilkan silikon dioksida sebanyak 90% hingga 98% berat kering. Silikon dioksida yang memiliki kemurnian rendah dapat ditingkatkan melalui proses kemurnian dengan mengatur faktor-faktor yang berpengaruh, seperti faktor suhu dan laju kenaikan suhu (Rivai 2018). Penentuan kadar kemurnian silikon dioksida dapat menggunakan rancangan percobaan yang terencana.

Rancangan percobaan merupakan suatu atau serangkaian uji yang bertujuan mengamati dan mengidentifikasi perubahan-perubahan pada *output* respon yang disebabkan oleh perubahan-perubahan yang dilakukan oleh variabel *input* dari suatu proses (Montgomery, 2001). Tujuan dilakukannya rancangan

percobaan adalah untuk memperoleh informasi atau fakta yang sesuai dengan tujuan dari penelitian dengan mempertimbangkan waktu, biaya, tenaga dan bahan percobaan yang minimum. Oleh karena itu, rancangan percobaan banyak dimanfaatkan dalam berbagai bidang seperti bidang industri, pertanian, kesehatan dan lainnya. Salah satu pemanfaatan rancangan percobaan yaitu rancangan untuk percobaan pada silikon dioksida.

Jumlah percobaan yang dijalankan cukup besar akan menyebabkan percobaan tidak efisien dan ekonomis (Tri Herdiani et.al., 2018). Salah satu cabang rancangan percobaan yang dapat mengusulkan sejumlah n titik rancangan yang sesuai dengan keinginan peneliti adalah rancangan optimal (Safitri et.al., 2012). Rancangan optimal merupakan suatu upaya untuk mencari kombinasi dari beberapa faktor dengan memperhatikan informasi yang terkandung dalam rancangan tersebut (A. Atkinson et.al., 2007)

Rancangan optimal menggunakan kriteria-kriteria optimalitas. Beberapa kriteria rancangan optimal fokus pada estimasi parameter model, seperti rancangan A-optimal yang merupakan kriteria rancangan yang meminimumkan jumlah diagonal utama dari invers matrik informasi suatu penduga parameter (Atkinson et.al., 2007). Sedangkan kriteria lainnya fokus pada prediksi di wilayah rancangan, salah satu kriteria yang fokus pada prediksi adalah G-optimal. Kriteria G-optimal merupakan kriteria yang meminimalkan nilai maksimum ragam dari setiap nilai prediksi (Yeesea P et.al., 2019). Rancangan optimal bergantung pada model yang digunakan dan jumlah pengamatan yang diteliti.

Model non-linier merupakan bentuk hubungan antara peubah respon

dengan peubah penjelas yang tidak linear dalam parameter. Model non-linier banyak digunakan dalam bidang kimia dan farmakokinetik (Rivai et.al., 2018). Deret Taylor merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mendekati persamaan non-linier melalui persamaan linier. Penelitian ini bertujuan untuk menghasilkan titik-titik rancangan yang optimal untuk meningkatkan kadar kemurnian silikon dioksida. Rancangan yang digunakan yaitu rancangan optimal dengan kriteria G-Optimal pada model non-linier yang diperoleh dari faktor suhu dan faktor laju kenaikan suhu sebagai faktor yang mempengaruhi tingkat kenaikan kemurnian silikon dioksida. Penelitian ini akan membandingkan hasil rancangan G-optimal dengan rancangan A-optimal yang sudah diperoleh pada penelitian sebelumnya (Weisha, 2022) untuk memperoleh hasil rancangan yang lebih baik berdasarkan nilai G-efisiensinya.

BAHAN DAN METODE

Studi kasus

Model pada penelitian ini merupakan model non-linier dari hubungan antara faktor suhu pembakaran (°C) dan laju kenaikan suhu (°C/menit) terhadap tingkat kadar kemurnian silikon dioksida. Semakin tinggi suhu pembakaran silikon dioksida maka semakin tinggi pula kemurnian silikon dioksida yang dihasilkan (Coniwanti P et.al., 2008). Kenaikan kemurnian silikon dioksida membentuk pola yang non-linier. Model non-linier yang digunakan pada bidang kinetika kimia yang mendekati suatu nilai asimtot adalah eksponensial *decay* (A. Atkinson et.al., 2007). Model non-linier eksponensial *decay* yang

$$f(t, r) = [A_0]\{1 - e^{-\theta_1 t + \theta_2 r}\} \quad (6)$$

digunakan yaitu:

Dimana:

$$f(t, r) = \text{nilai dugaan respon}$$

A_0 = konstanta

θ_1, θ_2 = parameter

t = suhu

r = laju kenaikan suhu

Deret Taylor merupakan salah satu pendekatan yang dapat digunakan untuk mendekati persamaan non-linier melalui persamaan linier. Pendekatan Taylor multivariabel dapat dituliskan:

$$f(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} \frac{d^{(i+j)} f}{\partial x^i \partial y^j} (a) \frac{(x-a)^i (y-b)^j}{i! j!} \quad (7)$$

Pendekatan di atas merupakan persamaan Taylor dimana $f(x, y)$ merupakan fungsi dari variable x dan y , a dan b merupakan konstanta.

Tahapan Algoritma VNS (*Variable Neighborhood Search*)

Algoritma berfungsi untuk pemilihan kandidat titik rancangan yang akan digunakan. Algoritma yang digunakan pada penelitian ini adalah algoritma *Variable Neighborhood Search* (VNS) yang merupakan metode metaheuristik yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi kombinatorial (Marti, Pardalos, and Resende 2018)

Tahapan untuk menentukan titik rancangan optimal adalah sebagai berikut:

1. Membuat daftar kandidat set yang merupakan kumpulan titik-titik rancangan kandidat dari model. Kandidat set yang digunakan yaitu titik-titik kandidat yang diambil dari rentang suhu 800 °C hingga 900 °C dan laju kenaikan suhu 1,67 °C/menit hingga 5 °C/menit.
2. Membuat *starting design* (rancangan awal) dengan langkah-langkah sebagai berikut:
 - a. Memilih titik secara acak dari kumpulan kandidat set hingga membentuk rancangan awal.

- b. Menghitung dan menentukan nilai ($SPV(x)$) dengan rumus berikut (Rodriguez et.al., 2018):

$$SPV(x) = N(x'_i (X'X)^{-1}x_i) \quad (8)$$

- c. Nilai ragam prediksi ($SPV(x)$) maksimal sebagai solusi optimal pada rancangan awal.
3. Mengeksplorasi ketetanggaan yang telah ditetapkan pada penerapan algoritma *Variable Neighborhood Search* dengan langkah sebagai berikut:
- a. Ketetanggaan N_0
- 1) Gantikan satu titik yang diambil secara acak dari kandidat set ke rancangan awal.
 - 2) Hitung nilai ($SPV(x)$),
 - 3) Tinjau nilai ragam prediksi ($SPV(x)$) maksimal sebagai solusi optimal pada rancangan saat ini.
 - 4) Bandingkan rancangan yang optimal pada ketetanggaan N_0 dengan rancangan awal, pilih rancangan yang memiliki nilai maksimal ragam yang minimum. jika diperoleh rancangan pada ketetanggaan N_0 tidak lebih baik daripada rancangan awal maka eksplorasi ketetanggaan selanjutnya.
- b. Ketetanggaan N_1
- 1) Ganti dua titik dari rancangan N_1 dengan dua titik dari kumpulan kandidat set.
 - 2) Hitung nilai ($SPV(x)$).
 - 3) Tinjau nilai ragam prediksi ($SPV(x)$) maksimal sebagai solusi optimal pada rancangan saat ini.
 - 4) Bandingkan rancangan yang optimal pada ketetanggaan N_1 dengan rancangan N_0 , pilih rancangan yang memiliki nilai maksimal ragam yang minimum.
4. Ulangi langkah 2 hingga 4 pada ketetanggaan sebelumnya. Tahap 3 diulang sebanyak n kali.

5. Menghitung nilai G-efisiensi pada rancangan terpilih dengan rumus (Yeesa et.al., 2019) :

$$G\text{-efisiensi} = 100\% \times \left(\frac{p}{\max_{x_i \in R} SPV(x)} \right) \quad (9)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pendekatan Model Non-Linier

Model hubungan antara tingkat kadar kemurnian silikon dioksida (SiO_2) merupakan model non-linier, sehingga akan didekati menggunakan pendekatan deret Taylor dengan polinomial orde ke- k . Pemilihan orde berdasarkan pada nilai *mean square error* (MSE) dari model. Berikut nilai MSE yang diperoleh dari simulasi pendekatan Taylor untuk model tingkat kadar kemurnian SiO_2 menggunakan $\theta_1 = 0.005$ dan $\theta_2 = 0.005$.

Tabel 1. Statistika Deskriptif

Orde ke-	MSE
1	7.83E-08
2	5.00E-10
3	1.86E-12

Berdasarkan hasil pada Tabel 1, polinomial Taylor yang dipilih adalah orde ke-2. Polinomial Taylor orde ke-2 memiliki MSE yang cukup kecil dan model yang tidak rumit. Model Taylor menggunakan persamaan (6) dengan orde kedua sebagai berikut:

$$(t, r) = 0,7941313 + 0,0003795 t - 0,0003795 r - 1,813 \cdot 10^{-7} t^2 + 3,626 \cdot 10^{-7} tr - 1,813 \cdot 10^{-7} r^2 \quad (10)$$

Rancangan G-Optimal pada Tingkat Kadar Kemurnian SiO_2

Penelitian ini menghasilkan titik rancangan untuk tingkat kadar kemurnian SiO_2 pada rentang suhu 800 °C hingga 900 °C dengan jumlah titik yang berbeda yaitu dengan 9 titik rancangan dan 12 titik

rancangan. Hasil rancangan terbaik disajikan pada tabel berikut:

Tabel 2. Rancangan G-Optimal 9 titik

No	Suhu (°C)	Laju Kenaikan Suhu (°C/menit)
1	800	1.67
2	800	2.17
3	815	4.67
4	825	4.17
5	835	5.00
6	855	2.17
7	880	2.34
8	895	4.67
9	900	4.00
G-efisiensi		96.09%

Tabel 2 menunjukkan titik rancangan yang optimal berdasarkan kriteria G-optimal untuk kemurnian SiO₂ untuk 9 titik rancangan. Nilai G-efisiensi yang diperoleh yaitu sebesar 96,09%. Kemudian akan dibandingkan hasil rancangan menggunakan kriteria G-optimal dengan hasil rancangan menggunakan kriteria A-optimal untuk rancangan kemurnian SiO₂ yang telah diperoleh pada penelitian sebelumnya. Hasil titik rancangan rancangan A-optimal untuk 9 titik rancangan yang telah diperoleh pada penelitian sebelumnya akan ditampilkan pada Tabel 3 berikut (Weisha, 2022) :

Tabel 3. Rancangan A-Optimal 9 titik

No	Suhu (°C)	Laju Kenaikan Suhu (°C/menit)
1	800	1,67
2	800	3,50
3	800	5,00
4	850	3,00
5	850	3,17
6	850	5,00
7	900	1,67
8	900	3,50
9	900	5,00
G-efisiensi		82,02%

Nilai G-efisiensi dari rancangan A-optimal untuk 9 titik rancangan adalah 82,02%. Berdasarkan nilai G-efisiensi yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa rancangan G-optimal menggunakan algoritma VNS lebih baik dari pada rancangan A-optimal menggunakan algoritma *point exchange*.

Titik rancangan dikembangkan menjadi rancangan dengan 12 titik rancangan untuk memperoleh hasil yang lebih baik. Tabel 4 menunjukkan titik rancangan yang optimal berdasarkan kriteria G-optimal untuk kemurnian SiO₂ menggunakan 12 titik rancangan. Nilai G-efisiensi yang diperoleh adalah sebesar 88,22%.

Tabel 4. Rancangan G-Optimal 12 Titik

No	Suhu (°C)	Laju Kenaikan Suhu (°C/menit)
1	800	1.67
2	800	1.84
3	800	3.17
4	800	3.33
5	835	2.67
6	850	4.33
7	855	1.84
8	865	4.50
9	870	3.67
10	875	3.84
11	890	1.67
12	895	2.00
G-efisiensi		88.22%

Hasil titik rancangan rancangan A-optimal untuk 12 titik rancangan yang telah diperoleh pada penelitian sebelumnya akan ditampilkan pada Tabel 5 berikut (Weisha 2022):

Tabel 5. Rancangan A-Optimal 12 Titik

No	Suhu (°C)	Laju Kenaikan Suhu (°C/menit)
1	800	1,67
2	800	3,17
3	800	5,00
4	850	1,67
5	850	1,67
6	850	3,34
7	850	3,34
8	850	3,34
9	850	5,00
10	900	1,67
11	900	3,17
12	900	5,00
G-efisiensi		78,63%

Nilai G-efisiensi dari titik rancangan A-optimal untuk 12 titik rancangan adalah 78,63%. Berdasarkan nilai G-efisiensi, maka dapat disimpulkan bahwa rancangan G-optimal menggunakan algoritma VNS lebih baik dari pada rancangan A-optimal menggunakan algoritma *point exchange*.

Berdasarkan nilai G-efisiensi dari rancangan-rancangan yang telah diperoleh, rancangan terbaik pada penelitian ini adalah rancangan yang memiliki nilai G-efisiensi terbesar, yaitu rancangan kemurnian SiO₂ menggunakan 9 titik rancangan dengan nilai G-efisiensi yang diperoleh sebesar 96,09%.

Kesimpulan

Telah dihasilkan titik rancangan terbaik terbaik dari rancangan G-optimal pada hubungan suhu (°C) dan laju kenaikan suhu (°C/menit) terhadap variabel respon tingkat kadar kemurnian SiO₂ dengan rentang suhu 800 °C hingga 900°C adalah kombinasi titik 800 °C dan 1,67 °C/menit, 800 °C dan 2,17 °C/menit, 815 °C dan 4,67 °C/menit, 825 °C dan 4,17 °C/menit, 835 °C dan 5 °C/menit, 855 °C dan 2,17 °C/menit, 880 °C dan 2,34 °C/menit, 895 °C dan 4,67 °C/menit, serta 900 °C dan 4 °C/menit dengan nilai G-efisiensinya adalah 96,09%.

DAFTAR PUSTAKA

- Albert F, Cotton, and Wilkinson Geoffrey. 1989. *Kimia Anorganik Dasar*. Penerjemah: Suhati Suharto. Pedamping: Yanti R. A. Koestoer. Jakarta: Universitas Indonesia (UI-Press).
- Atkinson, A.C., A.N. Donev, and R.D. Tobias. 2007. *Optimum Experimental Design, with SAS*. Oxford: Oxford University Press.
- Atkinson, Anthony, Alexander Donev, and Randall Tobias. 2007. *Optimum Experimental Designs with SAS*. New York: Oxford university press.
- Casnan, Erliza Noor, Hartrisari Hardjomidjojo, Irzaman, and Eti Rohaeti. 2019. "Scaling up of the Pyrolysis Procces to Produce Silica from Rice Husk." *Journal of Engineering and Technological Sciences* 51 (6): 747–61. <https://doi.org/10.5614/j.eng.technol.sci.2019.51.6.1>.
- Coniwanti P, Srikandhy R, and Apriliyanni. 2008. "Pengaruh Proses Pengeringan, Normalitas HCl, dan Temperatur Pembakaran pada Pembuatan Silika dari Sekam Padi." *Jurnal Teknik Kimia* No.1, Vol. 15.
- Har, Nazopatul P., Irzaman, and Irmansyah. 2019. "Crystallinity and Electrical Properties of Silicon Dioxide (SiO₂) from Rice Straw." In *AIP Conference Proceedings*. Vol. 2202. American Institute of Physics Inc. <https://doi.org/10.1063/1.5141641>.
- Marti, R, P.M Pardalos, and M.G.C Resende. 2018. *Resende, Handbook of Heuristic*. USA: Springer.
- Rivai, Muklas. 2018. "G Optimal Design in Non Linear Models to Increase Silicon Oxide Purity Levels and Electrical Conductivity." *International Journal of Scientific Research in Science, Engineering and Technology*, December, 150–55.

<https://doi.org/10.32628/ijrsrset21841110>.

<https://doi.org/10.14416/j.asep.2019.07.001>.

Rodriguez, Sergio Gabriel, Cecilia Méndez, Esteban Soibelzon, Leopoldo Héctor Soibelzon, Silvina Contreras, Juan Friedrichs, Carlos Luna, and Alfredo Eduardo Zurita. 2018. "Panthera Onca (Carnivora, Felidae) in the Late Pleistocene-Early Holocene of Northern Argentina." *Neues Jahrbuch Fur Geologie Und Palaontologie - Abhandlungen* 289 (2): 177–87. <https://doi.org/10.1127/njgpa/2018/0758>.

Sa'diyah, Halimah, Salamet Nurhimawan, Sigit Ahmad Fatoni, Irmansyah Irmansyah, and Irzaman Irzaman. 2016. "Ekstraksi Silikon Dioksida dari Daun Bambu." In , SNF2016-BMP-13-SNF2016-BMP-16. Universitas Negeri Jakarta. <https://doi.org/10.21009/0305020303>.

Safitri, Rosmalia, Tatik Widiharih, and Triastuti Wuryandari. 2012. "Rancangan D-Optimal untuk Regresi Polinomial Dua Faktor Derajat Dua." *JurnalL Gaussian*. Vol. 1. <http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian>.

Tri Herdiani, Erna. 2018. "Perbandingan Nilai Fraksi Pada Rancangan Faktorial Fraksional 2 k Dengan Metode Bissell Dan Aplikasinya Pada Kasus Perkecambahan Kacang Hijau." Vol. 14.

Weisha, Ghea. 2022. "Rancangan A-Optimal Pada Peningkatan Kadar Kemurnian Silikon Dioksida." Bogor: IPB University.

Yeesa, Peang or, Patchanok Srisuradetchai, and John J. Borkowski. 2019. "Model-Robust G-Optimal Designs in the Presence of Block Effects." *Applied Science and Engineering Progress* 12 (3): 198–208.